ZADANIE O4
INTERFERENCYJNY POMIAR KRZYWIZNY SOCZEWKI
(PIERŚCIENIE NEWTONA)

I. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze zjawiskiem interferencji promieni świetlnych w układzie złożonym ze szklanej płytki i soczewki płasko-wypukłej. Obraz interferencyjny, jaki powstaje w tym układzie, nazywany jest pierścieniami Newtona. Pomiar promieni obserwowanych pierścieni Newtona pozwoli na wyznaczenie krzywizny soczewki.

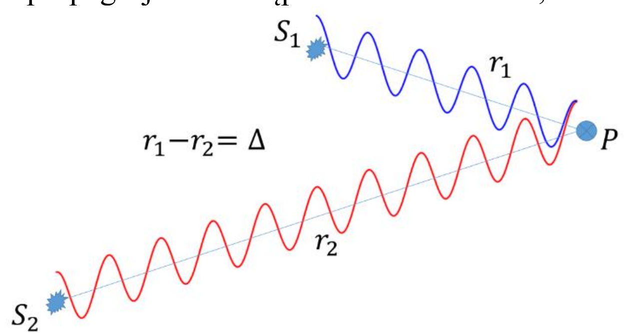
II. Wprowadzenie

Wzory pierścieni obserwowane na styku płytki płasko-równoległej i leżącej na niej wypukłą stroną soczewki płasko-wypukłej, zwane pierścieniami Newtona, zostały wyjaśnione przez Izaaka Newtona, który wytłumaczył ich układ odwołując się jednakowoż do korpuskularnej teorii światła. Siła jego wyjaśnienia była tak wielka, że przez następne ponad sto lat światło powszechnie uważano za strumień cząstek. Dziś, dzięki doświadczeniu Younga z 1801 roku, światło w tym zjawisku uznajemy za falę, a powstawanie pierścieni tłumaczymy efektem interferencji.

Do zjawiska interferencji dochodzi, kiedy dwie (lub więcej) fale nakładają się na siebie w przestrzeni. Aby zaobserwować wzory interferencyjne ważne jest, aby rozważane fale pochodziły z monochromatycznych źródeł o tej samej częstości i utrzymywały stałą różnicę faz, czyli były koherentne. Nakładanie się fal może prowadzić do **interferencji konstruktywnej** lub **destruktywnej**, co skutkuje odpowiednio powstaniem **jasnych** lub **ciemnych** obszarów. Interferencja konstruktywna w danym punkcie przestrzeni następuje, gdy fale docierają tam w *fazie*. Amplituda fali wypadkowej jest wtedy *sumą* amplitud poszczególnych fal. Z kolei interferencja destruktywna zachodzi, gdy fale docierające w *przeciwfazie*. Amplituda fali wypadkowej jest wtedy równa *różnicy* amplitud poszczególnych fal. Jeśli dwie interferujące fale mają takie same amplitudy, dochodzi do całkowitego wygaszenia fali w danym punkcie przestrzeni. Łatwo sobie wyobrazić, że warunkiem wystąpienia interferencji konstruktywnej jest, aby różnica dróg przebytych przez interferujące fale od źródła (gdzie są w fazie) stanowiła całkowitą wielokrotność długości fali, Rysunek 1. Warunek ten możemy zapisać jako:

$$\Delta = m\lambda \ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \qquad \textit{interferencja konstruktywna} \qquad (1)$$

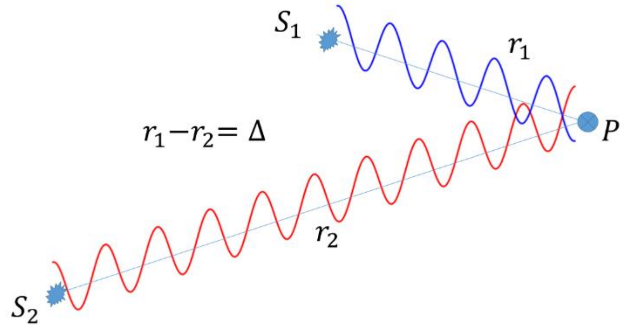
gdzie Δ to różnica dróg przebytych przez fale, λ to długość fali, a m to liczba całkowita. Dodatkowo założyliśmy tu, że w trakcie propagacji nie nastąpiła zmiana ośrodka, co zostanie omówione później.



Rysunek 1. Schemat warunku wystąpienia interferencji konstruktywnej. Dwie fale z koherentnych źródeł S_1 i S_2 interferują konstruktywnie w punkcie P, gdy różnica ich dróg r_1 i r_2 jest równa całkowitej wielokrotności długości fali, Równanie (1).

Warunkiem wystąpienia interferencji destruktywnej jest natomiast, aby różnica dróg Δ była równa nieparzystej liczbie połówek fali, Rysunek 2:

$$\Delta = (m + 1/2)\lambda \; (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots). \qquad \textit{interferencja destruktywna} \qquad (2)$$



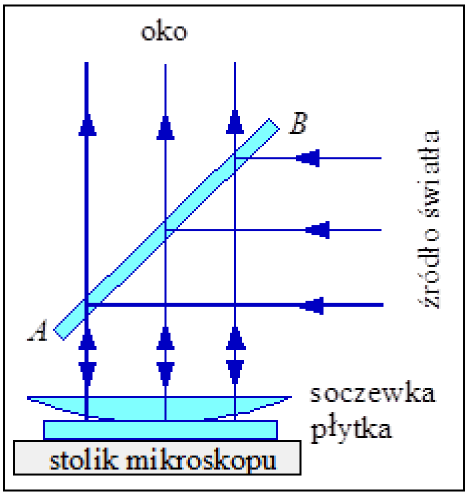
Rysunek 2. Schemat warunku wystąpienia interferencji destruktywnej. Dwie fale z koherentnych źródeł S_1 i S_2 interferują destruktywnie w punkcie P, gdy różnica ich dróg r_1 i r_2 jest równa nieparzystej liczbie połówek długości fali, Równanie (2).

Warto w tym miejscu przypomnieć dwa istotne fakty dotyczące fal elektromagnetycznych w ośrodku: (i) faza fali po odbiciu od ośrodka o wyższym współczynniku załamania ulega zmianie o π, co odpowiada różnicy dróg równej połowie długości fali, (ii) długość fali zależy od współczynnika załamania ośrodka, w którym fala się propaguje:

$$\lambda = \lambda_0 / n, \qquad (3)$$

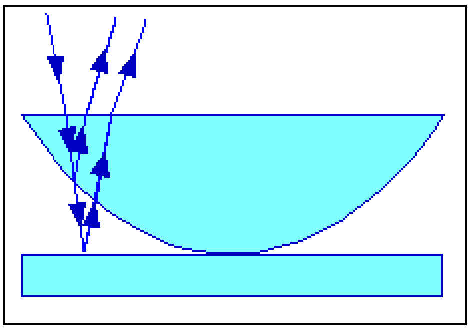
gdzie λ_0 to długość fali w próżni, a λ to długość fali w ośrodku o współczynniku załamania n. Zatem nie tylko różnica dróg przebytych przez fale, ale również odbicie od ośrodka gęstszego lub przejście do ośrodka o innym współczynniku załamania mogą prowadzić do powstania różnicy faz interferujących fal.

Teraz możemy zastanowić się, ile wynosi różnica dróg optycznych interferujących fal w układzie soczewka/płytka płasko-równoległa z naszego ćwiczenia. Schemat układu pomiarowego wykorzystywanego w doświadczeniu ukazuje Rysunek 3. Promienie ze źródła światła padają na płytkę półprzepuszczalną AB, która część energii światła kieruje w stronę stolika mikroskopu, na którym leży płytka płasko-równoległa, a na niej soczewka płasko-wypukła.



Rysunek 3. Układ pomiarowy

Promienie świetlne padające prostopadle na górną, płaską powierzchnię soczewki płasko-wypukłej wnikają do jej wnętrza, gdzie częściowo obijają się na dolnej, zakrzywionej powierzchni soczewki, a częściowo przechodzą przez nią. Następnie, po przejściu przez cienką warstwę powietrza (lub ogólnie przez ośrodek o współczynniku załamania n) o grubości h, docierają do górnej powierzchni płytki płasko-równoległej. Po odbiciu od tej powierzchni i ponownym przejściu przez warstwę powietrza o grubości h, interferują z promieniem odbitym od zakrzywionej powierzchni soczewki. Schemat przebiegu promieni pokazany jest na Rysunku 4.



Rysunek 4. Schemat przebiegu promieni w układzie soczewka – płytka. W rzeczywistości wiązka pada pionowo, a promienie interferujące pokrywają się.

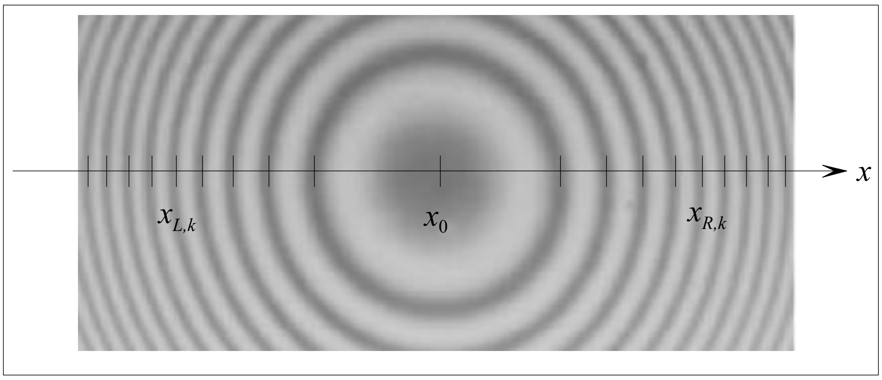
Ponieważ ośrodek wypełniający przestrzeń między soczewką a płytką (jest to powietrze, ale możemy też umieścić tam, np. kroplę wody) ma mniejszy współczynnik załamania niż płytka, interferencja konstruktywna nastąpi w punktach spełniających warunek:

$$2h = m\lambda + \lambda/2 \ (m = 0, 1, 2, \ldots), \qquad \textit{interferencja konstruktywna} \qquad (4)$$

gdzie $2h$ to różnica dróg przebytych przez interferujące fale, λ jest długością fali (określoną przez Równanie 3), natomiast czynnik $\lambda/2$ wynika z odbicia od ośrodka o większym współczynniku załamania (płytki). Analogicznie, warunek dla interferencji destruktywnej ma postać:

$$2h = (m + 1/2)\lambda + \lambda/2 \ (m = -1, 0, 1, 2, \ldots). \qquad \textit{interferencja destruktywna} \qquad (5)$$

Indeksy m dobrano tak, aby zapewnić warunek $2h \geq 0$. Ze względu na symetrię kołową układu, obserwowane prążki interferencyjne, czyli krzywe jednakowej grubości soczewki (określające jednakową odległość h), przyjmują kształt pierścieni ze wspólnym środkiem w punkcie styczności soczewki z płytką. Typowy przykład pierścieni Newtona, obserwowanych w układzie z Rysunku 3, przedstawia Rysunek 5.



Rysunek 5. Kształt pierścieni Newtona.

Warunki (4) i (5) na interferencję konstruktywną i destruktywną możemy zapisać po prostych przekształceniach jako:

$$h = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \; (k = 0, 1, 2, 3 \ldots) \quad \textit{interferencja konstruktywna} \tag{6}$$

oraz:

$$h = \frac{k\lambda}{2} \; (k = 0, 1, 2, 3 \ldots). \qquad \textit{interferencja destruktywna} \tag{7}$$

Zauważmy, że środek obrazu interferencyjnego będzie ciemny ($k = 0$ w Równaniu 7).

Następnie wyprowadzimy wzór łączący promień krzywizny soczewki z promieniami pierścieni Newtona. Jeżeli R oznacza promień krzywizny soczewki, a r_k promień k-tego pierścienia, to z Rysunku 6 wynika:

$$R^2 = (R - h)^2 + r_k^2 = R^2 - 2Rh + h^2 + r_k^2 \,. \tag{8}$$

Czyli:

$$r_k^2 - 2Rh + h^2 = 0. \tag{9}$$

Jeśli dodatkowo zgodzimy się, że $R >> h$, to wyznaczamy:

$$h = \frac{r_k^2}{2R}, \tag{10}$$

a stąd i z Równań (6) i (7) znajdujemy odpowiednio wyrażenie na kwadraty promieni r_k jasnych pierścieni:

$$r_k^2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda R \; (k = 0, 1, 2 \ldots) \qquad \textit{jasne pierścienie} \tag{11}$$

oraz ciemnych pierścieni:

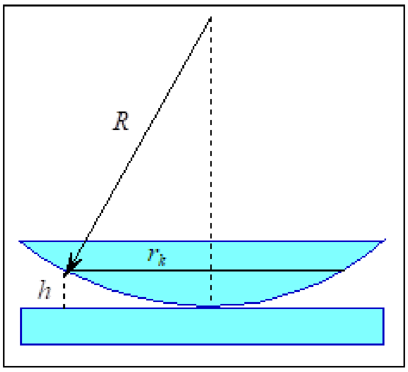
$$r_k^2 = k\lambda R \;\; (k = 0, 1, 2 \ldots). \qquad \textit{ciemne pierścienie} \tag{12}$$

Wzory (11) i (12) można łatwo ująć w jeden wzór postaci:

$$r_k^2 = \frac{k\lambda R}{2} \;\; (k = 0, 1, 2 \ldots), \tag{13}$$

gdzie k parzyste odnosi się do pierścieni ciemnych a k nieparzyste do pierścieni jasnych.

Pamiętaj, że długość fali λ, zgodnie z Równaniem (3), zależy od współczynnika załamania ośrodka n, w którym fala się propaguje. W klinie pomiędzy soczewką a płytką znajduje się powietrze, którego współczynnik załamania zależy w ogólności od wielu czynników: temperatury, wilgotności, zawartości CO_2, długości fali λ_0. Na potrzeby tego ćwiczenia możesz jednak przyjąć w przybliżeniu $n = 1$.



Rysunek 6. Wyznaczanie dystansu *h*.

III. Pomiary

III.1. Wyposażenie

Masz do dyspozycji:

- mikroskop cyfrowy Bresser USB DST-1028 oraz komputer z monitorem,
- szklaną płytkę płasko-równoległą,
- soczewkę płasko-wypukłą o nieznanej krzywiźnie,
- płytkę półprzepuszczalną (beamsplitter),
- podświetlenie LED, DE LP-506-RGB,
- zasilacz RPS-305D,
- podziałkę milimetrową do kalibracji,
- ściereczkę.

III.2. Wykonanie pomiarów

1. Przetrzyj soczewkę i płytkę płasko-równoległą ściereczką, aby usunąć kurz. Umieść płytkę na podstawce mikroskopu, a następnie połóż na niej soczewkę krzywizną do dołu. Spróbuj zaobserwować pierścienie Newtona gołym okiem przy oświetleniu otoczenia – to pozwoli upewnić się, że soczewka jest prawidłowo ustawiona. Postępuj ostrożnie z elementami optycznymi, aby uniknąć zadrapań i nie pozostawiać swoich odcisków palców na ich powierzchni.
2. Ustaw beamsplitter i oświetlenie.
   Ustaw beamsplitter pod kątem 45° względem promieni światła padającego z oświetlacza. Odbij promienie w dół, w kierunku soczewki.
   Oświetlacz ustaw na emisję promieniowania czerwonego. W tym celu ustaw napięcie na zasilaczu na **2,1 V**. Następnie podłącz przewód zakończony czarną wtyczką wychodzący z oświetlacza do wyjścia zasilacza oznaczonego symbolem „+”, a przewód zakończony czerwoną wtyczką do wyjścia oznaczonego symbolem „–”. **Nigdy nie przekraczaj napięcia 2,4 V**, ponieważ może to uszkodzić oświetlacz (patrz Tabela 1). Odczytaj z Tabeli 1, jakiej długości fali odpowiada ustawione napięcie 2,1 V.

Pamiętaj, aby nie przekraczać maksymalnego dozwolonego napięcia wskazanego w Tabeli 1!

3. Uruchom oprogramowanie mikroskopu „CamLabLite” (ikona jest dostepna na pulpicie komputera) i włącz wyświetlanie obrazu z mikroskopu na ekranie monitora, wybierając przycisk „BRESSER_DST-1028” w menu „Lista dostępnych kamer”.
4. Zaobserwuj pierścienie Newtona na ekranie monitora.
   Na mikroskopie wybierz powiększenie za pomocą pokrętła Zoom, zaczynając od najmniejszego powiększenia 4× (w tym ustawieniu pokrętło Zoom powinno być w minimalnej pozycji – brak wskazania na podziałce). Następnie wyreguluj ostrość obrazu, korzystając z pokrętła do regulacji wysokości/ostrości (pamiętaj o poluzowaniu śruby blokującej; po wyregulowaniu ostrości dokręć śrubę blokującą). Skorzystaj z opcji „Regulacja czasu ekspozycji” oraz „Dopasowanie kolorów” dostępnych na ekranie, aby dostosować obraz.

   Zawsze mocno trzymaj mikroskop, gdy luzujesz śrubę blokującą lub śrubę mocującą na uchwycie, aby zapobiec zsunięciu się mikroskopu. Mikroskop może uderzyć o podstawę i ulec nieodwracalnemu uszkodzeniu!

Zadbaj o regularny kształt pierścieni. Jeśli zauważysz, że nie mają one kształtu okręgu, przetrzyj ponownie płytkę i soczewkę lub przesuń soczewkę w inne miejsce na płytce. Upewnij się, że środek pierścieni jest ciemny. Jeśli tak nie jest, przetrzyj zarówno płytkę jak i soczewkę, przesuń soczewkę w inne miejsce na płytce lub lekko ją dociśnij do płytki.

5. Wykonaj kalibrację skali narzędzi pomiarowych. Na górnej belce w oknie programu „CamLabLite” ustaw powiększenie wyświetlanego obrazu na 100%. Zdejmij soczewkę z płytki a w jej miejsce połóż podziałkę milimetrową. Wyostrz obraz podziałki przy użyciu pokrętła do regulacji wysokości/ostrości. Usuń poprzednią kalibrację klikając przycisk (ikona „Koło zębate”), a następnie wybierając „Powiększenie” i „Wyczyść wszystko”. Wykonaj nową kalibrację przy użyciu przycisku . Po zakończeniu kalibracji zdejmij podziałkę i z powrotem umieść w jej miejsce soczewkę. Nie zmieniaj już ustawień Zoom ani pokrętła do regulacji wysokości/ostrości.
6. Zarejestruj zdjęcie obrazu przyciskiem „Zdjęcie”, a następnie przystąp do pomiarów średnicy pierścieni przy użyciu narzędzia ukrytego pod przyciskiem . Pracując na zdjęciu unikniesz problemów z migającym obrazem. Na górnej belce w programie wybierz jednostkę i powiększenie. Zmierz średnicę wybranego pierścienia kilkakrotnie, aby wyznaczyć niepewność pomiaru. Zastanów się, czy lepiej jest mierzyć średnicę, czy promień pierścienia? Czy konieczne jest wykonanie pomiaru kilkukrotnie, czy wystarczy jeden raz? Wykonaj pomiary dla wszystkich widocznych pierścieni, zarówno ciemnych jak i jasnych.
7. Po zakończeniu pomiarów dla światła czerwonego, wykonaj pomiary dla światła **niebieskiego**. **Odłącz przewody od zasilacza!** Następnie ustaw napięcie na zasilaczu na **3,1 V** (patrz Tabela 1). Podłącz przewód z czarną wtyczką wychodzący z oświetlacza do wyjścia zasilacza oznaczonego symbolem „+”, a przewód z niebieską wtyczką do wyjścia oznaczonego symbolem „ –”. Jeśli zmienisz ustawienie Zoom lub pozycję pokrętła ostrości, pamiętaj o ponownym skalibrowaniu narzędzi pomiarowych.
8. Jeśli masz czas, spróbuj wykonać pomiary dla światła **zielonego**. W tym celu **odłącz przewody od zasilacza** a następnie ustaw napięcie na zasilaczu na **3,4 V.** Następnie podłącz przewód z czarną wtyczką wychodzący z oświetlacza do wyjścia zasilacza oznaczonego symbolem „+”, a przewód z zieloną wtyczką do wyjścia oznaczonego symbolem „–” (patrz Tabela 1). Ze względu na małe natężenie światła zielonego, pierścienie mogą być słabo widoczne.
9. Obejrzyj widma emisji światła z oświetlacza dostępne na pulpicie komputera i zastanów się, jaką przyjąć niepewność długości fali.
10. Instrukcje dotyczące mikroskopu, oprogramowania, oświetlacza i zasilacza dostępne są na stronie Pracowni.

Tabela 1. Maksymalne napięcie i dominująca długość fali w zależności od przyłożonego napięcia dla oświetlacza LED, DE LP-506-RGB. Przekroczenie podanych napięć może skutkować nieodwracalnym uszkodzeniem oświetlacza.

	Czerwony		Zielony			Niebieski	
Maksymalne napięcie	**2,4 V**		**3,4 V**			**3,4 V**	
Napięcie	1,9 V	2,1 V	2,8 V	3,0 V	3,4 V	2,9 V	3,1 V
Dominująca długość fali	620 nm	625 nm	515 nm	520 nm	525 nm	465 nm	470 nm

IV. Analiza wyników pomiarów

- Ustal niepewności wielkości mierzonych bezpośrednio. Ustal realistyczne, dopuszczalne błędy graniczne (Δ) wielkości bezpośrednio mierzonych i wyznacz odpowiadające im niepewności ($u = \Delta/\sqrt{3}$), albo oszacuj niepewności bez przechodzenia przez etap błędów granicznych (np. wykonaj kilkukrotny pomiar tej samej wielkości i zorientuj się jaki masz rozrzut wyników). Pamiętaj, że zdolność rozdzielcza przyrządu nie musi definiować sensownej niepewności.

- Wykonaj wykresy zależności r_k^2 od k dla wszystkich kolorów światła (promienie pierścieni jasnych i ciemnych analizuj razem). Pamiętaj o zaznaczeniu niepewności pomiarowych. Powinno się otrzymać zależność proporcjonalną zgodnie z Równaniem 13. Wyznacz promień krzywizny soczewki ze współczynnika kierunkowego prostej.
  Może się tak zdarzyć, że r_k^2 nie będzie proporcjonalne do k, a opisane zależnością liniową z wyrazem wolnym. Wtedy patrz Dodatek do Instrukcji.
- Wyznacz ostateczną ocenę promienia soczewki wraz z niepewnością (średnia ważona z trzech pomiarów, jeśli uznasz taki krok jako uzasadniony).

W każdym przypadku należy przeprowadzić stosowny rachunek niepewności. Jeśli na którymś z etapów analizy danych prowadzisz dopasowanie zależności modelowej metodą najmniejszych kwadratów, **obowiązkowo** podaj postać dopasowywanej funkcji oraz określ przyjęte niepewności. Podaj uzasadnienie wyboru zmiennej niezależnej, za wyjątkiem sytuacji, w których ona jest z góry narzucona. Przeprowadź walidację modelu uwzględniającą zasadność przyjętych niepewności pomiarowych. Jako wynik dopasowania podaj estymaty dopasowywanych parametrów wraz z ich niepewnościami. W uzasadnionych przypadkach przedyskutuj istotność dopasowywanych parametrów. Do dobrej praktyki należy również w przypadku dopasowania funkcji opisanej więcej niż jednym parametrem podanie kowariancji i współczynników korelacji parametrów, a także wykresu reszt z tego dopasowania oraz jego dyskusja.

Pamiętaj też, że najczęściej używana metoda najmniejszych kwadratów wymaga wyników pomiarowych, z których każdy uzyskany jest w niezależnym akcie pomiarowym. **Nie mają takiego charakteru wielkości uzyskane np. w wyniku odejmowania jednej ustalonej wartości od wszystkich wyników pomiarów, jeśli wartość odejmowana pochodzi z pomiaru.**

V. Dodatkowe uwagi odnośnie do raportu

Nim przygotujesz raport, zaznajom się z uwagami zawartymi w wymaganiach dotyczących raportu zamieszczonymi na stronie pracowni. Absolutnie zalecane jest także świadome przyjrzenie się redakcji tekstu, a także tabel, rysunków i wzorów, sposobów ich numerowania, tytułowania i opisywania w dowolnym, ale wydanym przez uznane wydawnictwo, akademickim podręczniku do fizyki, jak również zajrzenie do kilku publikacji w różnych czasopismach naukowych, co może ułatwić podjęcie decyzji co do podziału Twego raportu na części.

W raporcie **obowiązkowo** zamieść wszystkie surowe wyniki pomiarów tak, aby sięgając jedynie do raportu i bez potrzeby odwoływania się do protokołu z doświadczenia można było wykonać pełną i niezależną analizę Twych danych. Pamiętaj, że w niektórych przypadkach uzasadnione jest przeniesienie tych danych do Suplementu. W przypadku bardzo dużej liczby danych pomiarowych (np. zebranych komputerowo) dopuszczalne jest umieszczenie danych nie w formie tabel, ale w formie wykresów. Wówczas oryginalne dane należy dołączyć do raportu w formie cyfrowej (np. w wiadomości email do prowadzącego).

VI. Literatura uzupełniająca

- D. Halliday, R. Resnick i J. Walker, *Podstawy fizyki*, t. 4, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003,
- H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna wspomagana komputerem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, szereg wydań w latach 2003 ÷ 2012,
- A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013.

VII. Pytania i zadania definiujące wymagania do ćwiczenia

Problem 1. Dlaczego wytłumaczenie pierścieni Newtona uzyskiwanych w świetle lampy sodowej, odwołuje się do interferencji promieni odbitych od zakrzywionej powierzchni soczewki i stykającej się z nią powierzchni płytki płasko-równoległej, a nie np. od obu powierzchni płytki lub płaskiej powierzchni soczewki i zakrzywionej powierzchni soczewki lub płaskiej powierzchni soczewki i dowolnej z powierzchni płytki?

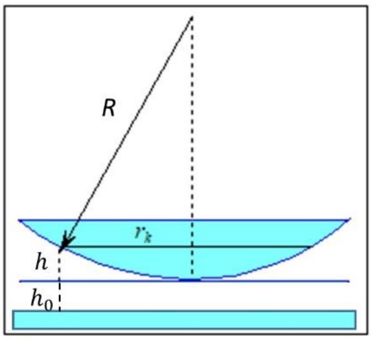
Problem 2. Jaka jest odległość między dwudziestym a dwudziestym pierwszym pierścieniem Newtona, jeśli odległość między drugim a trzecim wynosi 1 mm? Obserwacja jest prowadzona w świetle odbitym.

Problem 3. W układzie służącym do obserwacji pierścieni Newtona soczewka płasko-wypukła może być oddalana od płytki. Jak będzie się zmieniał obraz pierścieni przy ruchu soczewki?

Opracowali i uzupełnili: NN, Roman J. Nowak, Wojciech Wasilewski, Marta Borysiewicz, Andrzej Witowski i Agnieszka Wołoś, Wrzesień, 2024.

DODATEK

Może się tak zdarzyć, że zmierzona w tym ćwiczeniu zależność r_k^2 od numeru prążka k nie będzie zależnością proporcjonalną, a zależnością liniową z wyrazem wolnym. Powodem tego może być niedokładne przyleganie soczewki do płytki płasko-równoległej. Schemat takiego układu pokazany jest na Rysunku 7. Odległość soczewki od płytki płasko-równoległej zaznaczono jako h_0.



Rysunek 7. Schemat układu z soczewką nieprzylegającą do płytki płasko-równoległej. Przez h_0 oznaczono odległość pomiędzy soczewką a płytką.

Zastanówmy się, jak h_0 wpłynie na promienie jasnych i ciemnych pierścieni Newtona? Różnica dróg, jakie przebędą interferujące fale świetlne będzie obecnie wynosić $h + h_0$, nie tak jak poprzednio dyskutowaliśmy h. Równania (6) i (7) opisujące warunki na odpowiednio interferencję konstruktywną i destruktywną przyjmą teraz postać:

$$h + h_0 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \qquad \textit{interferencja konstruktywna} \quad (14)$$

oraz:

$$h + h_0 = \frac{k\lambda}{2}\ . \qquad \textit{interferencja destruktywna} \quad (15)$$

I tak jak poprzednio, równania te można ująć w jedno równanie postaci:

$$h + h_0 = \frac{k\lambda}{4}\,, \qquad (16)$$

gdzie k parzyste odnosi się do pierścieni ciemnych a k nieparzyste do pierścieni jasnych. W przypadku Równania (13) indeksy k były określone jako: $k = 0, 1, 2, 3 \dots$ i numerowały kolejny obserwowany pierścień, z centralnym ciemnym pierścieniem $k = 0$. Taka numeracja wynikała z warunku: $h \geq 0$. Odległość h w dalszym ciągu musi być większa lub równa zero, stąd powstaje nowy warunek na k:

$$k \geq \frac{4h_0}{\lambda}. \tag{17}$$

Nie znając h_0, nie wiemy jaki numer k nosi pierwszy obserwowany prążek. Może być on zarówno jasny, jak i ciemny.

W przypadku z h_0 równanie (10) jest wciąż prawdziwe i zależność $h = r_k^2/2R$ pozostaje w mocy, co prowadzi do:

$$r_k^2 = \frac{k\lambda R}{2} - 2h_0\, R \qquad \left(k \geq \frac{4h_0}{\lambda}, k \in \mathbb{N}^+\right). \tag{18}$$