

ZADANIE CS1

WYZNACZANIE RUCHLIWOŚCI I KONCENTRACJI NOŚNIKÓW W PÓLPRZEWODNIKU

I. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie koncentracji i ruchliwości nośników oraz określenie typu półprzewodnika na podstawie pomiaru przewodności właściwej i efektu Halla dla próbki półprzewodnika.

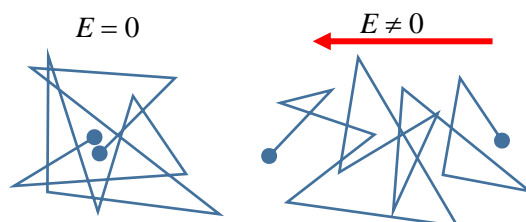
II. Wprowadzenie

II.1. Przewodnictwo – obraz mikroskopowy

Prąd to uporządkowany ruch nośników ładunku wywołany polem elektrycznym. Na nośnik o ładunku q (w półprzewodnikach to mogą być dodatnio naładowane dziury i ujemnie naładowane elektrony) w polu elektrycznym E działa siła $F = qE$, która nadaje nośnikom przyspieszenie. Ruch nośników jest zaburzony przez drgania sieci krystalicznej, przez obecność potencjałów atomów domieszek i niedoskonałości sieci krystalicznej. Nośniki ulegają rozproszeniom, w których zwrot wektora prędkości zmienia się (patrz rys. 1). Sumarycznie jednak obserwuje się podążanie nośników zgodnie z kierunkiem pola elektrycznego ze średnią prędkością V_d (zwaną prędkością unoszenia lub dryfu). Oczywiście, prędkość ta jest związana z wartością pola elektrycznego, im pole jest większe, tym prędkość jest większa. Parametrem łączącym te dwie wielkości jest ruchliwość

$$V_d = \frac{|q|}{q} \mu E, \quad (1)$$

gdzie iloraz $|q|/q$ pokazuje, że zwrot prędkości w danym polu jest zależny od znaku poruszających się nośników. Duża ruchliwość oznacza stosunkowo małe rozpraszanie, zatem większe przewodnictwo.



Rysunek 1. Poglądowe przedstawienie ruchu ładunku w polu elektrycznym.

Wielkością, która opisuje zdolność materiału do przewodzenia ładunku jest konduktywność (przewodność właściwa) σ . Związek przewodności właściwej z parametrami materiału dany jest przez:

$$\sigma = |q|n\mu, \quad (2)$$

gdzie n jest koncentracją nośników – czyli ich liczbą w jednostce objętości (typowo stosujemy jednostki szt./cm³, w uproszczeniu cm⁻³). Im więcej jest nośników ładunku, tym lepsze przewodzenie prądu. Odwrotnością przewodności właściwej jest rezystywność (opór właściwy) ρ . Duża rozpiętość wartości przewodności właściwej posłużyła do stworzenia klasyfikacji różnych materiałów na:

- przewodniki dla których $\sigma > 10^6 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ (np. $\sim 60 \cdot 10^6 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ dla srebra)
- dielektryki dla których $\sigma < 10^{-4} \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ (np. $\sim 10^{-12} \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ dla szafiru)
- półprzewodniki – z wartościami pośrednimi.

II.2. Wielkości dostępne w eksperymencie

Gdy do próbki przyłożymy różnicę potencjałów (napięcie U), popłynie prąd I . Zależność między nimi dana jest przez prawo Ohma: $U = RI$. Wartość oporu R zależy od oporu właściwego $\rho = \frac{1}{\sigma}$ oraz od jej geometrii: $R = \rho \frac{l}{S}$, gdzie S jest przekrojem próbki przez którą płynie prąd (zakreskowany obszar na rys. 2), a l długością próbki. Prawo Ohma można wyrazić więc jako

$$U = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S} I. \quad (3)$$

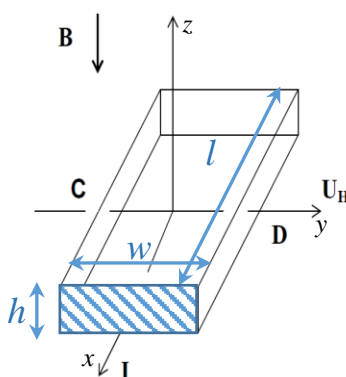
Znając wartość prądu, spadek napięcia i geometrię próbki można wyznaczyć przewodność właściwą. Jej wartość zawiera informacje o iloczynie n i μ . Aby wyznaczyć je osobno potrzebujemy niezależnego eksperymentu, który dostarczy nam informację o jednej z tych wielkości. Najczęściej korzystamy ze zjawiska Halla¹, dzięki któremu możemy wyznaczyć koncentrację.

II.3. Efekt Halla

Gdy próbka, przez którą płynie prąd, zostanie umieszczona w polu magnetycznym B prostopadłym do kierunku prądu (patrz rys. 2.) obserwujemy ciekawe zjawisko: pojawiania się napięcia poprzecznego (w stosunku do kierunku przepływu prądu – między ściankami C i D) związanego z działaniem siły Lorentza na poruszające się nośniki:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (4)$$

gdzie \vec{v} – wektor prędkości nośników, \vec{B} – wektor indukcji pola magnetycznego.



Rysunek 2. Próbka w zjawisku Halla.

Pod wpływem tej siły następuje zakrzywienie torów ruchu nośników (w kierunku powierzchni C), co prowadzi do gromadzenia się ich na jednej powierzchni (C lub D, w zależności od znaku ładunku). Gromadzące się ładunki stają się jednocześnie źródłem poprzecznego pola elektrycznego E_y , które działa na nośniki siłą $F = qE_y$, skierowaną przeciwnie do siły Lorentza. W stanie stacjonarnym wypadkowa siła w kierunku y będzie zerowa (nośniki nie będą odchylane w tym kierunku). Wtedy $qE_y = q(v_x B_z)$. Pole elektryczne E_y na ściankach odległych o w da różnicę potencjałów $U_H = w \cdot E_y$, zwaną napięciem Halla. Biorąc pod uwagę kształt próbki oraz fakt, że prąd I związany jest z prędkością nośników V_x , można pokazać że:

$$U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{h} \quad (5)$$

¹ Edwin Hall, „On a new action of the magnet on electric current” Am. J. Math. 2, 287 92 (1879)

Wielkość $R_H = 1/nq$ nazywa się stałą Halla. Zależność napięcia Halla od pola magnetycznego jest liniowa, a współczynnik proporcjonalności pozwala wyznaczyć koncentrację nośników. Jeżeli natężenie prądu I wyrażone jest w amperach [A], indukcja magnetyczna B w teslach [$T = \text{Wb/m}^2$], grubość płytki d w metrach [m], a napięcie Halla U_H w woltach [V] to współczynnik Halla R_H wyraża się w [$\text{m}^3\text{A}^{-1}\text{s}^{-1}$] \equiv [m^3/C].

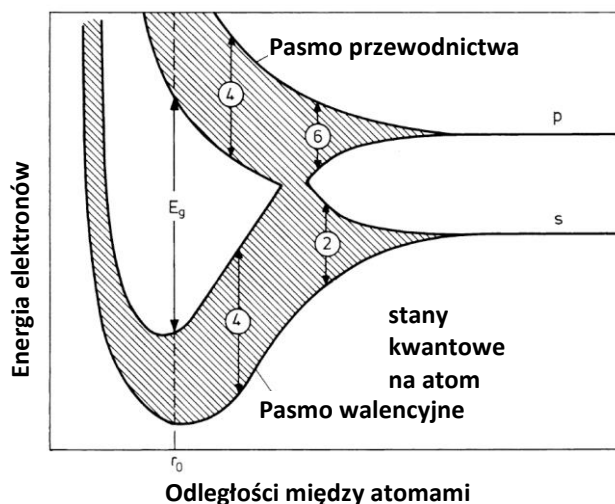
Koncentracja nośników dana jest wzorem:

$$n = \frac{1}{qR_H} = \frac{6,24}{|R_H|} \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}. \quad (6)$$

Znak napięcia Halla pozwala określić znak ładunków nośników. Badanie zjawiska Halla jest ważną, rutynowo stosowaną metodą pozwalającą określić rolę wprowadzonych do półprzewodnika domieszek i jakość półprzewodnika.

II.4. Półprzewodniki

Wiemy, że elektrony w pojedynczym atomie mogą przyjmować określone *stany kwantowe*. Każdemu ze stanów odpowiada *ściśle* określona energia (*poziom energetyczny*). Energia elektronu w atomie nie zmienia się w sposób ciągły (innymi słowy poziomy energetyczne w atomach są dyskretne). Kryształ jest obiektem w którym w jednym cm^3 znajduje się bardzo wiele atomów $\sim 10^{23}$, a odległości między atomami są porównywalne z orbitami elektronów (\sim kilka 10^{-10} m). Dlatego nie można już uznać atomów za izolowane i zakładać, że elektrony podlegają oddziaływaniu wyłącznie "swojego" atomu. W konsekwencji gęstego upakowania atomów w kryształ, dyskretne poziomy energetyczne (widoczne z prawej strony na rys. 3) zmieniają swoje energie tworząc pasma (zakreskowane pola na rys. 3). Dla położenia równowagi ($r = r_0$) widzimy dwie grupy stanów, tworzące pasma (które zawierają nadal dyskretne poziomy, ale bardzo gęste, więc pasma w dobrym przybliżeniu można uznać za ciągłe). Pomiędzy pasmami mamy przedziały, w których nie ma żadnych stanów, tzw. przerwy energetyczne.



Rysunek 3. Zależność energii elektronów od odległości między atomami. Widać że dla $r \sim r_0$ mamy minimum energii elektronów - i dla takiej odległości kryształ jest stabilny (może istnieć). Liczby w kółeczkach odpowiadają degeneracji poziomów.²

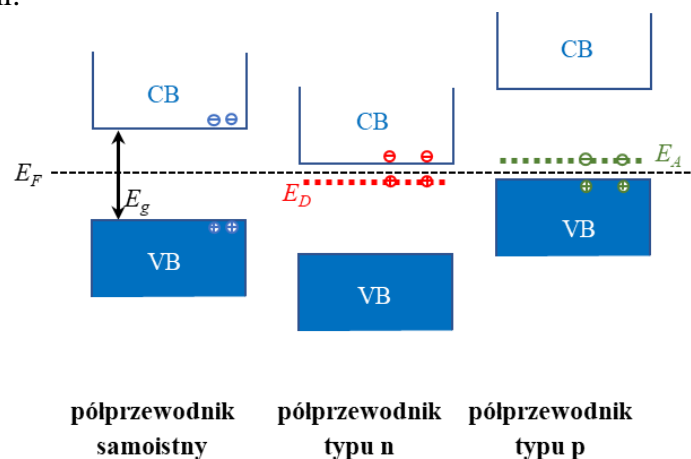
O ile elektron w paśmie może łatwo zmienić swoją energię, o tyle, aby przejść do stanów powyżej przerwy energetycznej, musi zyskać energię równą co najmniej energii przerwy. Najważniejsza w całej strukturze jest ta przerwa, która oddziela najwyższej położone (w skali energii elektronu) obsadzone pasmo od najbliższego mu pustego pasmo (patrz rys. 4

² Na podstawie H. Ibach, H. Luth, Fizyka Ciała Stałego.

oraz E_g na rys. 3). Tę przerwę nazywamy czasem *fundamentalną przerwą energetyczną*, ponieważ jej wartość determinuje wszystkie własności fizyczne półprzewodników.

W przypadku półprzewodników przerwa energetyczna (0,1 eV – 3 eV) jest większa niż energia termiczna w temperaturze pokojowej (~26 meV dla 300 K), więc wzbudzenia termiczne są mało efektywne. Nośniki mogą być wzbudzone do pasma przewodnictwa na przykład poprzez oświetlenie światłem (zakres widzialny to 1,6 eV – 3,2 eV). Innym sposobem dostarczenia nośników do pasm w półprzewodnikach jest domieszkowanie. Polega ono na wprowadzeniu do sieci krystalicznej atomu o innej liczbie elektronów walencyjnych niż oryginalny atom. Taką domieszką może być na przykład atom fosforu w sieci krzemu: mając więcej elektronów walencyjnych może dostarczyć elektron do pasma przewodnictwa; nazywamy go donorem (z fr. *donner* – dawać). Akceptor to domieszka, która ma mniej elektronów walencyjnych niż atom, który podstawia, przez co elektrony z pasma walencyjnego zapełniają poziomy akceptorów, pozostawiając w paśmie walencyjnym dodatkowo nieobsadzone stany elektronowe – dziury. Domieszki dobierane są tak, by energia ich jonizacji była na tyle mała, aby w temperaturze pokojowej pasmo walencyjne (przewodnictwa) zapełniało się dziurami (elektronami), jednak liczba elektronów/dziur biorących udział w przewodnictwie jest kilka rzędów wielkości mniejsza niż w przypadku metali (ok. 10^{17} - 10^{19} cm⁻³ w porównaniu do ok. 10^{24} cm⁻³ w metalach).

Rysunek 4 przedstawia podstawowe różnice półprzewodnikami samoistnymi i domieszkowanymi.



Rysunek 4. Podział półprzewodników z zaznaczonym pasmem walencyjnym (VB), pasmem przewodnictwa (CB), poziomem Fermiego (E_F), przerwą energetyczną (E_g), poziomami donorów (E_D) i akceptorów (E_A).

III. Pomiary

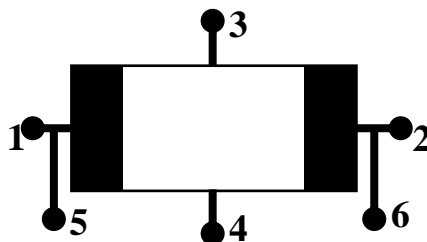
III.1. Wyposażenie

Masz do dyspozycji:

- próbkę domieszkowanego półprzewodnika **Ge** o wymiarach 20 x 10 x 1 mm³ w uchwycie z zamocowaną grzałką oraz czujnikiem temperatury PT100
- elektromagnes
- zasilacz stabilizowany Rigol DP832 z trzema wyjściami (do elektromagnesu, próbki, grzałki)
- moduł sterująco-pomiarowy Hall controller pozwalającym na odczyt temperatury próbki z dokładnością 0,1% wskazania miernika ± 1 °C
- pulpit z przełącznikami
- woltomierz cyfrowy Rigol DM3058 do pomiaru napięcia Halla
- mierniki cyfrowe Brymen BM 805 do pomiaru napięcia przewodnictwa i natężenia prądu elektromagnesu/próbki.

III.2. Próbką i układ pomiarowy

Badany półprzewodnik to Ge domieszkowany na typ p lub n, który w temperaturze pokojowej ma przerwę energetyczną $E_g = 0,66 \text{ eV}^3$. Do próbki podłączone są kontakty (rys. 5) o charakterystyce omowej.



Rysunek 5. Szkic próbki i układ kontaktów.

Kontakty 1 i 2 służą do doprowadzenia prądu. Pary kontaktów 3 i 4 służą do pomiaru napięcia Halla, a 5 i 6 do pomiaru napięcia przewodnictwa. Próbką zamieszona jest na uchwycie pomiarowym i podłączona do modułu pomiarowo-sterującego, pozwalającego na odczyt temperatury, podłączenia zasilania grzałki i próbki oraz gniazdami pomiarowymi napięcia przewodzenia i napięcia Halla. **Podczas pracy należy obchodzić się z próbką wyjątkowo ostrożnie. W szczególności nie należy jej powierzchni dotykać palcami oraz w jakikolwiek sposób wyginać płytki na której jest zamontowana.**

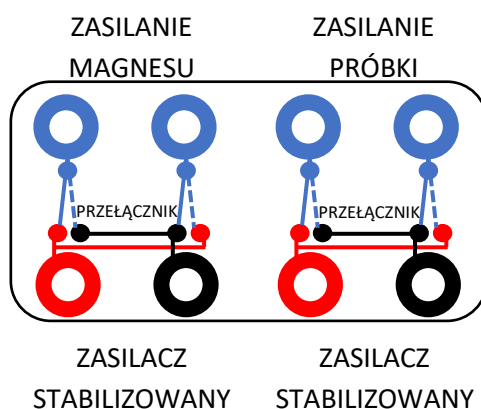
Wielkość indukcji pola magnetycznego B zależy w przybliżeniu liniowo od płynącego prądu I_B w elektromagnesie zgodnie ze wzorem $B = AI_B$. Wartości stałych A dla elektromagnesów dostępnych na pracowni zostały umieszczone w Tabeli 1. Kierunek wektora indukcji pola magnetycznego zadany jest przez geometrię elektromagnesu, a jego zwrot zależy od kierunku przepływu prądu. Zwrot ten można sprawdzić używając igły magnetycznej, dostępnej w układzie pomiarowym. Elektromagnes w czasie pracy może się grzać (co zmienia jego opór), z tego powodu **nie zaleca się przekraczania natężenia prądu płynącego przez elektromagnes powyżej 0,5 A. Elektromagnes powinien być zasilany z gniazda 1 lub 2 (30V/3A) zasilacza w trybie źródła prądowego (stabilizacji prądu).**

Tabela 1. Stała proporcjonalności zależności indukcji magnetycznej od natężenia prądu

($B = AI_B$) dla elektromagnesów dostępnych na pracowni.

	A (T/A)
Zestaw A	0,547
Zestaw B	0,626
Zestaw C	0,452
Zestaw D	0,631

Do zmiany kierunku prądu płynącego przez próbkę i elektromagnes służy pulpit z przełącznikami, którego schemat został przedstawiony na rysunku 6.

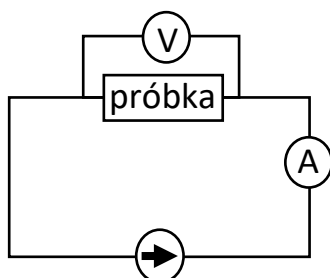


Rysunek 6. Schemat pulpitu z przełącznikami do zmiany kierunków prądu.

³ C. Kittel, Wstęp do Fizyki Ciała Stałego, PWN, 1999, str. 223.

III.3 Pomiar charakterystyki prądowo-napięciowej

Celem tego etapu jest zbadanie czy zależność napięcia na kontaktach podłużnych od prądu jest liniowa (co posłuży do wyznaczenia przewodności właściwej) oraz określenia optymalnego prądu dla pomiaru efektu Halla - prąd ten powinien być dość duży, ale nie na tyle, by grzał próbkę. Schemat podłączenia próbki został przedstawiony na rysunku 7.



Rysunek 7. Schemat układu do pomiaru napięcia przewodnictwa.

Próbka powinna być zasilana z gniazda 3 (5V/3A) zasilacza w trybie źródła prądowego (stabilizacji prądu). Maksymalny prąd płynący przez próbkę nie może być większy niż 30 mA. Charakterystykę należy zmierzyć dla dwóch zwrotów prądu dla pary kontaktów 5 i 6. Próbkę należy podłączyć korzystając z gniazd w module kontrolno-sterującym, a pomiary wykonać z próbką umieszczoną poza elektromagnesem.

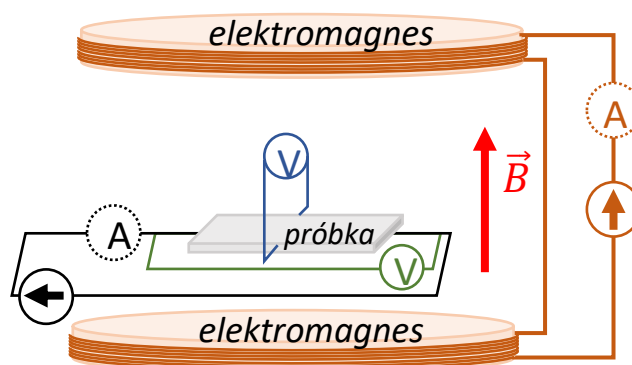
III.4. Pomiar napięcia przewodzenia i napięcia Halla

Pierwszym krokiem tego etapu jest ustalenie, jaki jest znak nośników na podstawie obserwacji znaku napięcia Halla dla wybranych kierunków prądu płynącego przez próbkę i pola magnetycznego.

Następnie pomiar napięcia przewodzenia i napięcia Halla wykonujemy w dwóch konfiguracjach:

- dla ustalonej wartości prądu płynącego przez próbkę badamy zależność napięcia przewodzenia i napięcia Halla od pola magnetycznego (w obu kierunkach), którego wartość pola kontrolujemy mierząc wartość prądu I_B płynącego przez elektromagnes.
- dla ustalonej wartości pola magnetycznego (prądu płynącego przez elektromagnes) badamy zależność napięcia przewodzenia i napięcia Halla od natężenia prądu płynącego przez próbkę (w obu kierunkach).

Schemat podłączeń układu został przedstawiony na rysunku 8. W zależności od potrzeb amperomierz kontrolujący wartość przepływającego prądu należy podpiąć do układu zasilającego elektromagnes (część a) lub do układu zasilającego próbkę (część b).



Rysunek 8. Schemat układu do pomiaru napięcia przewodzenia (zielony obwód) i napięcia Halla (niebieski obwód). Czarnym kolorem zaznaczono obwód elektryczny próbki, natomiast brązowym elektromagnesu.

Pomiar napięcia Halla przeprowadzamy przy użyciu woltomierza cyfrowego o bardzo dużym oporze wewnętrznym (wówczas natężenie prądu przepływającego przez kontakty jest małe, do zaniedbania).

Pary sond hallowskich (3 i 4) mierzą różnicę potencjałów U pochodzącą nie tylko od efektu Halla, lecz także od „efektów towarzyszących”. Wynikać one mogą na przykład z nieekwipotencjalności elektrod (różne właściwości przewodzące kontaktów, sondy nie leżą dokładnie naprzeciw siebie), czy też z gradientu temperatury wzdłuż i w poprzek próbki (napięcia termoelektryczne). Mierzone napięcie na sondach poprzecznych U jest sumą napięcia Halla (U_H) oraz napięć towarzyszących (U_z): $U = U_H + U_z$. Aby wydzielić jedynie interesujące nas napięcie U_H , pomiary przeprowadza się dla różnych konfiguracji zwrotów prądu i pola magnetycznego: $U_1: (+I, +B)$; $U_2: (-I, +B)$; $U_3: (-I, -B)$; $U_4: (+I, -B)$. Napięcie Halla jest równe:

$$U_H = \frac{U_1 - U_2 + U_3 - U_4}{4}. \quad (10)$$

Należy zwrócić uwagę jak podłączony jest woltomierz, aby móc określić która strona próbki (C czy D na rys. 2) ma niższy potencjał.

W przypadku pomiaru napięcia przewodnictwa dla czterech różnych konfiguracji kierunku prądu płynącego przez magnes i próbkę, napięcie przewodnictwa jest równe średniej arytmetycznej wartości bezwzględnych czterech zmierzonych napięć.

IV. Analiza wyników pomiarów

Analiza danych pomiarowych powinna zawierać

- Wykres charakterystyki prądowo-napięciowej (zależności napięcia przewodzenia od płynącego prądu) bez pola magnetycznego oraz dla wybranego pola magnetycznego (na jednym wykresie) wraz z dopasowaniem zależności modelowej w odpowiednim zakresie prądu i wyznaczeniem przewodności właściwej próbki. Dla obu kierunków prądu płynącego przez próbkę należy wykonać wspólne dopasowanie.
- Wykresy napięcia Halla, wyznaczonego zgodnie z przepisem z instrukcji, w zależności od natężenia prądu dla wybranego pola magnetycznego wraz z dopasowaniem zależności modelowej i wyznaczeniem przewodności właściwej, współczynnika Halla i koncentracji nośników. Dla obu kierunków prądu płynącego przez próbkę należy wykonać wspólne dopasowanie.
- Wykresy napięcia Halla, wyznaczonego zgodnie z przepisem z instrukcji, w zależności od wartości pola magnetycznego dla optymalnego natężenia prądu wraz z dopasowaniem zależności modelowej i wyznaczeniem współczynnika Halla i koncentracji nośników. Dla różnych kierunków pola magnetycznego należy wykonać wspólne dopasowanie.
- Wykresy napięcia przewodzenia oraz przewodności właściwej w zależności od wartości pola magnetycznego dla optymalnego natężenia prądu.
- Wyznaczenie ostatecznej wartości koncentracji i ruchliwości nośników w badanej próbce.
- Wyznaczenie znaku nośników wraz ze schematem obrazującym kierunek płynącego w układzie prądu i znaku napięcia Halla, na podstawie którego został on wyznaczony.

W każdym przypadku należy przeprowadzić stosowny rachunek niepewności. Jeśli na którymś z etapów analizy danych prowadzisz dopasowanie zależności modelowej metodą najmniejszych kwadratów, **obowiązkowo** podaj postać dopasowywanej funkcji oraz określ przyjęte niepewności. Podaj uzasadnienie wyboru zmiennej niezależnej, za wyjątkiem sytuacji, w których ona jest z góry narzucona. Przeprowadź walidację modelu uwzględniającą zasadność przyjętych niepewności pomiarowych. Jako wynik dopasowania podaj estymaty dopasowywanych parametrów wraz z ich niepewnościami. W uzasadnionych przypadkach przedyskutuj istotność dopasowywanych parametrów. Do dobrej praktyki należy również

w przypadku dopasowania funkcji opisanej więcej niż jednym parametrem podanie kowariancji i współczynników korelacji parametrów, a także wykresu reszt z tego dopasowania oraz jego dyskusja.

Pamiętaj też, że najczęściej używana metoda najmniejszych kwadratów wymaga wyników pomiarowych, z których każdy uzyskany jest w niezależnym akcie pomiarowym. **Nie mają takiego charakteru wielkości uzyskane np. w wyniku odejmowania jednej ustalonej wartości od wszystkich wyników pomiarów, jeśli wartość odejmowana pochodzi z pomiaru.**

V. Dodatkowe uwagi odnośnie do raportu

Nim przygotujesz raport, zaznajom się z uwagami zawartymi w [wymaganiach dotyczących raportu](#) zamieszczonymi na stronie pracowni. Absolutnie zalecane jest także świadome przyjrzenie się redakcji tekstu, a także tabel, rysunków i wzorów, sposobów ich numerowania, tytułowania i opisywania w dowolnym, ale wydanym przez uznane wydawnictwo, akademickim podręczniku do fizyki, jak również zajrzenie do kilku publikacji w różnych czasopismach naukowych, co może ułatwić podjęcie decyzji co do podziału Twojego raportu na części.

W raporcie **obowiązkowo** zamieść wszystkie surowe wyniki pomiarów tak, aby sięgając jedynie do raportu i bez potrzeby odwoływania się do protokołu z doświadczenia można było wykonać pełną i niezależną analizę Twoich danych. Pamiętaj, że w niektórych przypadkach uzasadnione jest przeniesienie tych danych do Suplementu. W przypadku bardzo dużej liczby danych pomiarowych (np. zebranych komputerowo) dopuszczalne jest umieszczenie danych nie w formie tabel, ale w formie wykresów. Wówczas oryginalne dane należy dołączyć do raportu w formie cyfrowej (np. w wiadomości email do prowadzącego).

VI. Literatura uzupełniająca

- H. Szydłowski, Pracownia fizyczna, PWN 1994, 2003.
- H. Szydłowski, Pracownia fizyczna wspomagana komputerem, Warszawa 2003.
- S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. III, PWN 1966.
- H. Halliday, R Resnick, Podstawy fizyki 3, PWN 2006.

VII. Pytania i zadania definiujące wymagania do ćwiczenia

1. Na czym polega efekt Halla. Zaznacz kierunek i zwrot siły, jeśli nośniki mają dodatni ładunek i poruszają się w kierunku zgodnym z osią x , a pole magnetyczne jest skierowane przeciwnie do osi z .
2. Przeprowadź tę analizę dla nośników o ładunku ujemnym – uzasadnij, że znak mierzonego napięcia daje informację o znaku ładunku.
3. Przez próbkę półprzewodnika płynie prąd o stałym natężeniu $I = 10 \mu\text{A}$. Spadek napięcia na niej wynosi $U = 10 \text{ mV}$. Pod wpływem przepływu prądu (efekt Joule'a) próbka ta nagrzała się i jej opór zmienił się o 20%. Jakie będzie napięcie na tej próbce po nagraniu się i ile wyniesie jej opór.
4. Koncentracja dziur w GaAs domieszkowanym Mn wynosi $1 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$. Jaka jest ruchliwość dziur w temperaturze pokojowej jeśli wartość przewodności wynosi $0,02 \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$.
5. Oszacuj jakiego napięcia Halla oczekujemy dla powyższego materiału w polu $B = 1 \text{ T}$, gdy grubość wykonanej z niego próbki wynosi 20 nm i płynie przez nią prąd o natężeniu $1 \mu\text{A}$.

Opracowały: Marta Borysiewicz, Aneta Drabińska, 2023 r.