

## ZADANIE C3

### WYZNACZANIE PRZEWODNICTWA CIEPLNEGO MIEDZI

#### Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zbadanie przepływu ciepła wzdłuż długiego, cienkiego jednorodnego pręta miedzianego i wyznaczenie współczynnika przewodnictwa cieplnego miedzi.

#### Wprowadzenie

Pomiędzy ciałami ogrzаныmi do różnych temperatur zachodzi wymiana ciepła. Ciało o wyższej temperaturze traci ciepło, a ciało o niższej temperaturze je zyskuje. Wymiana ciepła trwa do momentu wyrównania się temperatury obydwu ciał.

Istnieją trzy sposoby przekazu ciepła:

- 1) konwekcja (unoszenie), której towarzyszy przemieszczanie się materii w postaci strumieni cieczy lub gazu (tzw. prądów konwekcyjnych),
- 2) promieniowanie – polega na wytworzeniu kosztem ciepła energii promienistej, transportie tej energii w postaci fali elektromagnetycznej i absorpcji tej fali przez ciało o niższej temperaturze,
- 3) przewodzenie ciepła – proces przekazu energii chaotycznego ruchu termicznego zachodzący wewnątrz ciała, którego różne części mają różną temperaturę.

Mikroskopowy mechanizm przewodnictwa cieplnego zależy od rodzaju materiału. W ciałach o strukturze krystalicznej, atomy znajdują się węzłach sieci i w temperaturze (bezwzględnej) większej od zera wykonują drgania wokół położenia równowagi. Amplituda tych drgań jest tym większa im wyższa jest temperatura. W przewodnikach (metalach) oprócz atomów tworzących sieć krystaliczną mamy do czynienia ze swobodnymi elektronami. W izolatorach rozprzestrzenianie się drgań sieci krystalicznej jest jedynym mechanizmem transportu ciepła. W przewodnictwie ciepła w czystych metalach biorą udział głównie swobodne elektrony. W metalach domieszkowanych i stopach nieuporządkowanych udział transportu ciepła poprzez rozprzestrzenianie się drgań sieci jest porównywalny z udziałem elektronów.

Ilość ciepła przepływająca w jednostce czasu przez powierzchnię przekroju poprzecznego pręta, którego końce są utrzymywane w różnych od siebie, ale nie zmieniających się temperaturach opisuje prawo Fouriera:

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

gdzie

$\partial T / \partial x$  – gradient temperatury (zmiana temperatury na jednostkę długości pręta)

$S$  – pole powierzchni przekroju poprzecznego pręta

$\lambda$  – współczynnik przewodnictwa cieplnego materiału pręta  $\left[ \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}} \right]$ .

Wskutek przepływu ciepła układ dąży do stanu stacjonarnego, w którym rozkład temperatury wzdłuż pręta będzie niezależny od czasu. Przebieg tego procesu opisuje równanie różniczkowe (równanie dyfuzji) [2] :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -c_w \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

gdzie  $c_w$  i  $\rho$  to odpowiednio ciepło właściwe i gęstość materiału.

Wyrażenie  $\lambda((\partial^2 T)/(\partial x^2))$  opisuje różnicę pomiędzy ilością ciepła wpływającego w jednostce czasu do odcinka pręta o długości  $\Delta x = x_2 - x_1$  przez powierzchnię  $S_{x1}$  a ilością ciepła wypływającego z tego odcinka pręta w jednostce czasu przez powierzchnię  $S_{x2}$ , przy czym ilość ciepła liczona jest na jednostkę objętości. Ciepło, które pozostanie w rozważanym odcinku pręta spowoduje zmianę temperatury tego

odcinka. Ilość ciepła zmagazynowanego w objętości  $S\Delta x$  w jednostce czasu, przypadająca na jednostkę objętości określa wyrażenie  $c_w\rho(\partial T/\partial t)$ .

Z równania (2) wynika, że w stanie stacjonarnym gradient temperatury  $\partial T/\partial x$  ma wartość stałą na całej długości pręta. Równanie (1) wskazuje natomiast, że w stanie stacjonarnym ilość ciepła przepływającego w jednostce czasu przez poprzeczny przekrój pręta  $dQ/dt$  jest stała w czasie. Współczynnik przewodnictwa cieplnego miedzi wyznaczymy stosując prawo Fouriera do układu w stanie stacjonarnym.

## Wykonanie pomiarów

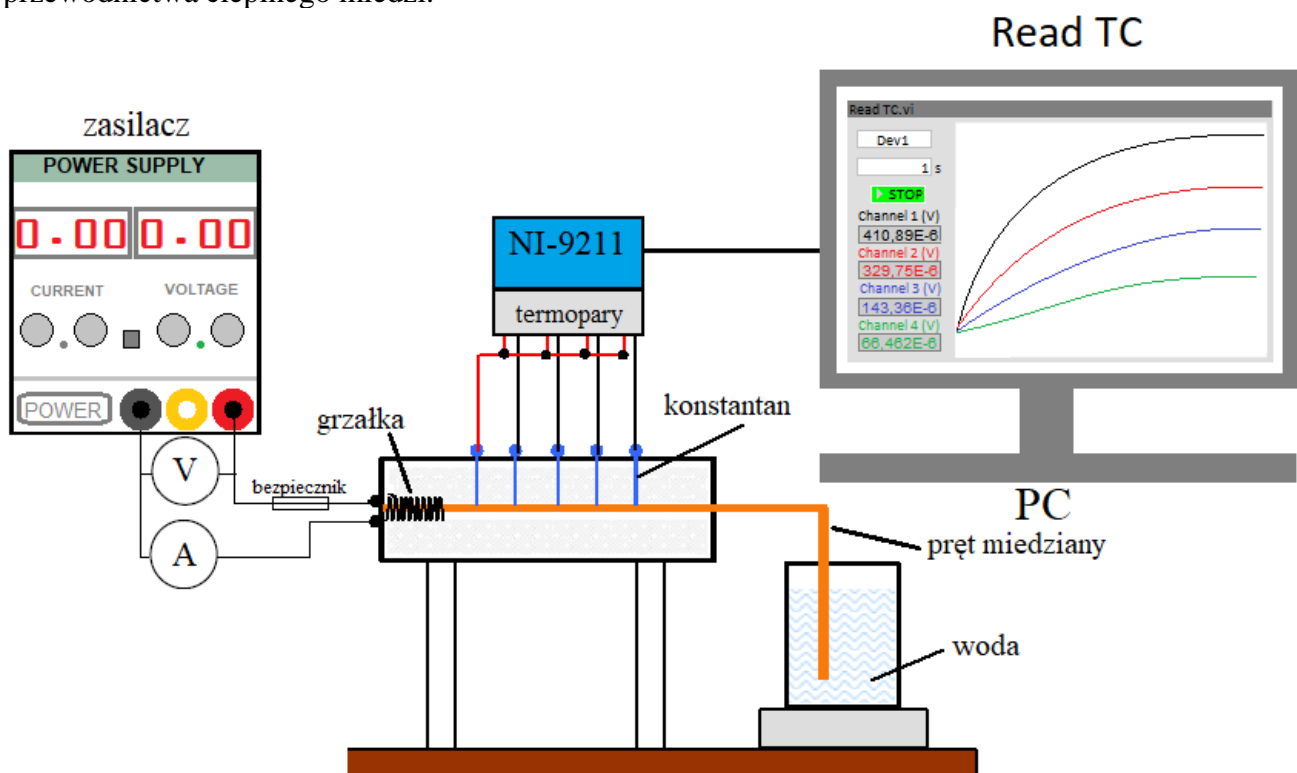
### Wyposażenie:

Masz do dyspozycji:

- Pręt miedziany, którego jeden koniec może być podgrzewany za pomocą nawiniętej na niego spirali;
- układ 4 termopar do pomiaru temperatury, których dokładne rozmieszczenie w pręcie zostało przedstawione w Suplemencie;
- sterowany komputerowo czterokanałowy mikrowoltomierz NI-9211 wraz z oprogramowaniem;
- stabilizowany zasilacz stałonapięciowy;
- kable w tym przewód z bezpiecznikiem 200 mA do podłączania zasilania grzałki;
- wodę i naczynie na wodę.

### Układ doświadczalny i zasada pomiaru

Rysunek 1 przedstawia schemat układu pomiarowego do wyznaczenia współczynnika przewodnictwa cieplnego miedzi.



Rysunek 1. Schemat układu pomiarowego

Pręt miedziany o średnicy  $(6,0 \pm 0,1)$  mm umieszczony jest w obudowie wypełnionej materiałem izolującym, co ogranicza wymianę ciepła przez konwekcję.

Jeden z końców pręta może być ogrzewany przy pomocy nawiniętej na niego spirali zasilanej zasilaczem prądu stałego. Ciepło Joule'a wydzielane w spirali określamy mierząc natężenie prądu płynącego w obwodzie i spadek napięcia na oporze grzałki. Wydajność przekazu ciepła od grzałki do pręta wynosi  $\eta = (49 \pm 5)\%$ . Drugi koniec pręta jest umieszczony w naczyniu z wodą o temperaturze otoczenia. Pojemność cieplna wody jest na tyle duża, że jej ogrzewanie za pośrednictwem pręta nie zmienia temperatury. Prowadząc pomiar w temperaturze bliskiej temperaturze otoczenia minimalizujemy efekt wymiany ciepła przez promieniowanie.

Do powierzchni pręta, w znanych odległościach od siebie, zostały przylutowane druty z konstantanu. Złącza konstantan-miedź tworzą termopary. Napięcie termoelektryczne między złączami jest proporcjonalne do różnicy temperatur między nimi. Do pomiaru tych napięć wykorzystujemy czterokanałowy cyfrowy mikrowoltomierz NI-9211. Rejestrujemy przebieg czasowy napięć termoelektrycznych pomiędzy złączem najbliższym grzałce (złącze „0”) a czterema innymi złączami.

Program ReadTC przedstawia graficznie wyniki pomiarów i umożliwia zapisywanie danych na dysku komputera.

### Wykonanie ćwiczenia

- Włącz zasilacz – przed pomiarami powinien się nieco „wygrzać”.
- Upewnij się, że potrafisz posługiwać się miernikiem uniwersalnym przy pomiarze napięcia i natężenia prądu stałego. Jeśli nie masz pewności – poproś o instruktaż.
- Zanutuj typ mierników uniwersalnych jakich używasz, abyś dokładności jego odczytów mógł później odszukać w specyfikacji dostępnej na stronie pracowni w menu [Instrukcje do przyrządów](#).
- Upewnij się, że znasz działanie wszystkich pokręteł, przycisków i gniazd zasilacza. W szczególności sprawdź, czy potrafisz nastawiać na zasilaczu wybrane napięcie. Jeśli masz kłopoty, poproś osobę prowadzącą ćwiczenie o instrukcję.
- Włącz komputer. Uruchom program ReadTC i sprawdź, czy potrafisz uruchamiać pomiary, zatrzymywać je i zapisywać wyniki pomiarów. Uzgodnij z osobą prowadzącą ćwiczenie sposób przekazania jej wyników pomiarów.
- Zestaw układ doświadczalny według schematu na Rysunku 1. **Do zasilania grzałki należy użyć przewodu z bezpiecznikiem 200 mA zabezpieczającym przed uszkodzeniem układu. Nie podłączaj układu do zasilacza!** Poproś osobę prowadzącą ćwiczenie o sprawdzenie poprawności połączeń.
- Uruchom pomiar w programie ReadTC i przez kilka minut zbieraj rozkład różnic temperatur jaki ustalił się wzdłuż pręta po zanurzeniu jednego z jego końców w naczyniu z wodą, przy wyłączonym przepływie prądu przez grzałkę. Zapisz wyniki na dysku.
- Dla kilku (co najmniej czterech) wartości mocy prądu płynącego przez grzałkę zarejestruj za pomocą programu ReadTC rozkład napięć termoelektrycznych jaki ustalił się wzdłuż pręta. Rozpocznij pomiary od napięcia 6 V jednak **nie przekraczaj napięcia 12 V**. Dla każdej z wartości mocy pomiary należy prowadzić do momentu osiągnięcia stanu, w którym zmiany rejestrowanych napięć termoelektrycznych (różnic temperatur) będą niewielkie.

### Analiza wyników pomiarów

1. Dla każdego zarejestrowanego przebiegu czasowego napięcia termoelektrycznego znajdź wartość graniczną  $U_\infty$ , dla której został osiągnięty stan stacjonarny. Wartości  $U_\infty$  możesz wyznaczyć dopasowując do zarejestrowanej zależności  $U(t)$  funkcję opisaną wzorem:

$$U(t) = U_\infty - U_0 e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}} \quad (3)$$

gdzie  $t$  to czas, a  $U_\infty$ ,  $U_0$ ,  $t_0$  i  $\tau$  to parametry dopasowania.

Należy przyjąć, że dokładność pomiaru napięcia  $U$  mikrowoltomierzem NI-9211 wynosi:

$$\Delta_U = 0,1\% + 5 \mu\text{V}.$$

- W małym zakresie temperatur można przyjąć, że wartość siły termoelektrycznej jest wprost proporcjonalna do różnicy temperatur spoiny gorącego i zimnego, ze współczynnikiem proporcjonalności równym współczynnikowi termoelektrycznemu. Wartość tego współczynnika zależy od rodzaju złącza i zakresu temperatur w jakim pracuje termoelement. Współczynnik termoelektryczny dla złącza miedź-konstantan w zakresie temperatur od  $15^\circ\text{C}$  do  $40^\circ\text{C}$  wynosi  $\alpha = (40,9 \pm 0,2) \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ .

Znajdź różnicę temperatur między punktami  $\Delta T_i$ , dla których zostało określone napięcie  $U_\infty$ . Niepewność wyznaczenia tej różnicy temperatur należy przyjąć zgodnie z zasadą propagacji niepewności pomiarowych.

- Dla pomiarów wykonanych dla kolejnych wartości mocy grzałki sporządź wykresy zależności różnicy temperatur  $\Delta T_i = T_0 - T_i$  od odległości złącza „0” i „i”.

Do punktów doświadczalnych dopasuj prostą. Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy co do wartości bezwzględnej gradientowi temperatury, jaki ustalił się w przecie dla danej wartości mocy grzałki.

Dokładność pomiaru odległości pomiędzy złączem „0” i kolejnymi złączami przyjmij równą  $\Delta_d = 0,5 \text{ mm}$ .

- Sporządź wykres zależności mocy dostarczanej do pręta ( $\eta P$ ) od gradientu temperatury ( $\partial T/\partial x$ ) w stanie stacjonarnym. Dopasuj przebieg opisany przez prawo Fouriera

$$\eta P + P_0 = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4)$$

gdzie  $\eta = (49 \pm 5)\%$  to sprawność grzałki, a  $P_0$  to moc dostarczana do pręta (z otoczenia) przy wyłączonej grzałce.

Przy obliczaniu mocy grzałki przyjmij dokładność pomiaru napięcia zasilającego grzałkę oraz dokładność pomiaru natężenia prądu płynącego przez grzałkę zgodnie ze specyfikacją użytego miernika dostępną na stronie pracowni w menu [Instrukcje do przyrządów](#).

- Znając współczynnik kierunkowy prostej (4) oblicz współczynnik przewodnictwa cieplnego miedzi wraz z jego niepewnościami. Porównaj otrzymany wynik z danymi tablicowymi

Jeśli na którymś z etapów analizy danych prowadzisz dopasowanie zależności modelowej metodą najmniejszych kwadratów, **obowiązkowo** podaj postać dopasowywanej funkcji oraz określ przyjęte niepewności. Podaj uzasadnienie wyboru zmiennej niezależnej, za wyjątkiem sytuacji, w których ona jest z góry narzucona. Przeprowadź walidację modelu uwzględniającą zasadność przyjętych niepewności pomiarowych. Jako wynik dopasowania podaj estymaty dopasowywanych parametrów wraz z ich niepewnościami. W uzasadnionych przypadkach przedyskutuj istotność dopasowywanych parametrów. Do dobrej praktyki należy również w przypadku dopasowania funkcji opisanej więcej niż jednym parametrem podanie kowariancji i współczynników korelacji parametrów a także wykresu reszt z tego dopasowania oraz jego dyskusja.

Pamiętaj też, że najczęściej używana metoda najmniejszych kwadratów wymaga wyników pomiarowych, z których każdy uzyskany jest w niezależnym akcie pomiarowym. **Nie mają takiego charakteru wielkości uzyskane np. w wyniku odejmowania jednej ustalonej wartości od wszystkich wyników pomiarów, jeśli wartość odejmowana pochodzi z pomiaru.**

### Dodatkowe uwagi odnośnie do raportu

Nim przygotujesz raport, zaznajom się z uwagami zawartymi w [wymaganiach dotyczących raportu](#) zamieszczonymi na stronie pracowni. Absolutnie zalecane jest także świadome przyjrzenie się redakcji tekstu, a także tabel, rysunków i wzorów, sposobów ich numerowania, tytułowania i opisywania w dowolnym, ale wydanym przez uznane wydawnictwo, akademickim podręczniku

do fizyki, jak również zajrzenie do kilku publikacji w różnych czasopismach naukowych, co może ułatwić podjęcie decyzji co do podziału Twojego raportu na części.

W raporcie **obowiązkowo** zamieść wszystkie surowe wyniki pomiarów tak, aby sięgając jedynie do raportu i bez potrzeby odwoływania się do protokołu z doświadczenia można było wykonać pełną i niezależną analizę Twoich danych. Pamiętaj, że w niektórych przypadkach uzasadnione jest przeniesienie tych danych do Suplementu. W przypadku bardzo dużej liczby danych pomiarowych (np. zebranych komputerowo) dopuszczalne jest umieszczenie danych nie w formie tabel, ale w formie wykresów. Wówczas oryginalne dane należy dołączyć do raportu w formie cyfrowej (np. w wiadomości email do prowadzącego).

### Literatura uzupełniająca

- Sz. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna, cz. II, PWN 1964.
- F. Kaczmarek, II Pracownia fizyczna, PWN 1976.
- C. Kittel, Wstęp do fizyki ciała stałego, PWN 1974.
- instrukcja programu readTC: <http://pracownie1.fuw.edu.pl/techpom/pliki/ReadTC.pdf>;
- A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013.

### Pytania i zadania definiujące wymagania do ćwiczenia

**Problem 1.** Opisz sposoby przekazywania ciepła do otoczenia (bez wzorów). Podaj przykłady gdzie dany sposób przekazu ciepła jest obserwowany.

**Problem 2.** Co to jest ciepło właściwe?

**Problem 3.** Co oznacza termin *stan stacjonarny*?

**Problem 4.** Opisz ilościowo przewodnictwo cieplne różnych materiałów?

### Pytania i zadania przybliżające, uzupełniające lub poszerzające treść ćwiczenia

**Problem 5.** Mamy ścianę o grubości  $d_s = 20$  cm wykonaną z cegły o współczynniku przewodnictwa cieplnego  $\lambda_s = 0,9$  W/(m · K). Dysponujemy izolatorem (np. styropianem) o współczynniku przewodnictwa  $\lambda_i = 0,04$  W/(m · K). Jaką grubość izolatora powinniśmy dokleić do ściany, aby ilość przepływającego ciepła zredukować o połowę? Zakładamy, że różnica temperatur na ścianie pozostaje taka sama. Oblicz temperaturę na granicy cegła-styropian w stanie ustalonym.

**Problem 6.** Rozważmy przenikanie ciepła przez ścianę o grubości  $d = 20$  cm, wykonaną z materiału o współczynniku przewodzenia ciepła  $\lambda = 1$  W/(m · K). Przyjmijmy, że temperatura gazu po lewej stronie ściany wynosi  $T_{in} = 20^\circ\text{C}$ , a po prawej  $T_{out} = -10^\circ\text{C}$ . Współczynniki przejmowania ciepła po lewej i po prawej stronie wynoszą, odpowiednio,  $\alpha_{in} = 10$  W/(m<sup>2</sup> · K) oraz  $\alpha_{out} = 20$  W/(m<sup>2</sup> · K). Wyznacz ilość ciepła, która przepływa w ciągu sekundy przez 1 m<sup>2</sup> powierzchni ściany oraz wartości temperatur na powierzchniach ściany.

Opracował: NN.

Uzupełniła: Aneta Drabińska, 29 lipca 2020.

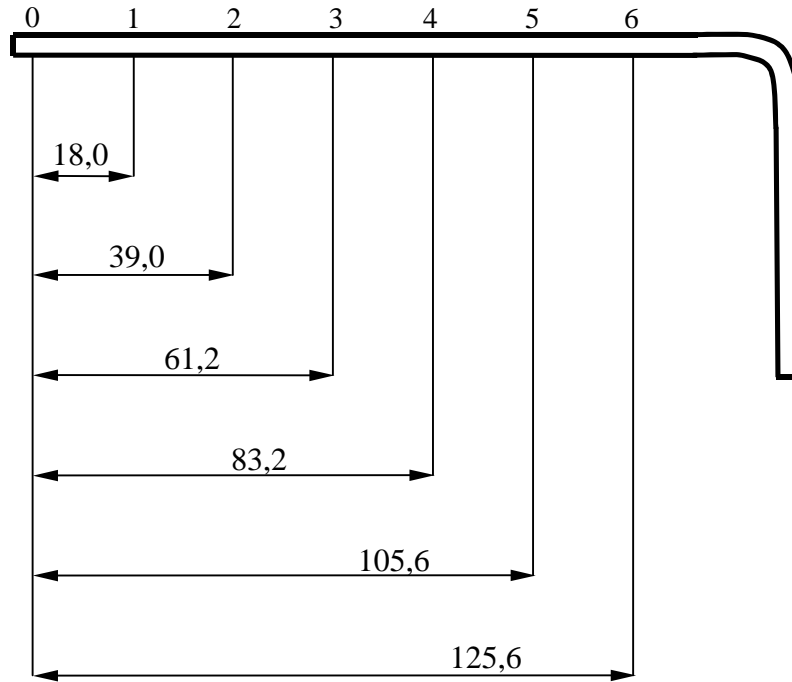
## SUPLEMENT

## Schemat rozmieszczenia termopar na pręcie

Wszystkie wymiary na rysunku podane są w milimetrach.

Wszystkie wymiary podane na rysunku zostały zmierzone z dokładnością 0,5 mm.

Zestaw C3-A



Zestaw C3-B

