

# ZADANIE 1

## DOŚWIADCZALNE SPRAWDZANIE DRUGIEJ ZASADY DYNAMIKI

### Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest sprawdzanie (w ograniczonym stopniu) drugiej zasady dynamiki Newtona, tj. doświadczalna weryfikacja dwóch wynikających z niej stwierdzeń:

- jeśli na ciało działa stała siła, to cało o ustalonej masie porusza się z przyspieszeniem, które jest wprost proporcjonalne do działającej siły, przy czym współczynnik proporcjonalności dany jest odwrotnością masy ciała;
- jeśli na ciało działa ustalona i stała siła, to przyspieszenie ciała jest odwrotnie proporcjonalne do masy ciała, przy czym współczynnik proporcjonalności dany jest wartością siły.

### Masz do dyspozycji:

- tor powietrzny wyposażony w fotokomórki służące do pomiaru czasu, wózek oraz zamocowany do toru bloczek o masie  $m_b = 36$  g, średnicy zewnętrznej krążka  $D_z = 96$  mm i wewnętrznej średnicy  $D_w = 8$  mm łożyska kulkowego;
- mocną nitkę;
- odcinki drutu o masie około 10 g, które można zawiesić na nitce przerzuconej przez bloczek i odgrywające rolę ciężarków pozwalających zmieniać siłę wymuszającą ruch;
- odważniki o różnych masach pozwalające zmieniać masę wózka;
- miarkę zwijaną z podziałką;
- wagę.

### Wykonanie ćwiczenia

- Przeprowadź wielokrotny pomiar czasu przejazdu wózka wzdłuż ustalonego odcinka toru przy ustalonej masie układu i ustalonej masie ciężarka wymuszającego ruch;
- Powtórz pomiary dla różnych ciężarków powodujących ruch, dbając równocześnie o to, by przy zmianie tych ciężarków, masa układu pozostawała niezmienną.
- Przeprowadź wielokrotny pomiar czasu przejazdu wózka wzdłuż ustalonego odcinka toru przy ustalonej masie wózka i ustalonej masie ciężarka wymuszającego ruch.
- Powtórz pomiary dla różnych mas wózka przy ustalonej wartości masy ciężarka wymuszającego ruch.

### Literatura

- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, tom 1, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003;
- A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013.

## ZADANIE 1

### DOŚWIADCZALNE SPRAWDZANIE DRUGIEJ ZASADY DYNAMIKI

#### Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest sprawdzanie (w ograniczonym stopniu) drugiej zasady dynamiki Newtona, tj. doświadczalna weryfikacja dwóch wynikających z niej stwierdzeń:

- jeśli na ciało działa stała siła, to cało o ustalonej masie porusza się z przyspieszeniem, które jest wprost proporcjonalne do działającej siły, przy czym współczynnik proporcjonalności dany jest odwrotnością masy ciała;
- jeśli na ciało działa ustalona i stała siła, to przyspieszenie ciała jest odwrotnie proporcjonalne do masy ciała, przy czym współczynnik proporcjonalności dany jest wartością siły.

#### Wprowadzenie teoretyczne

Druga zasada nierelatywistycznej dynamiki Newtona mówi, że jeżeli na ciało w inercjalnym układzie odniesienia działa siła  $F$  lub wiele sił o wypadkowej  $F$ , to w każdym momencie ciało porusza się z przyspieszeniem  $a$  wprost proporcjonalnym do siły  $F$ . Kierunek i zwrot przyspieszenia jest zgodny z kierunkiem i zwrotem tej siły. Współczynnikiem proporcjonalności między siłą i przyspieszeniem jest masa  $m$  ciała. Jeżeli odpowiednio dobierzemy jednostki, to proporcjonalność możemy zastąpić równością:

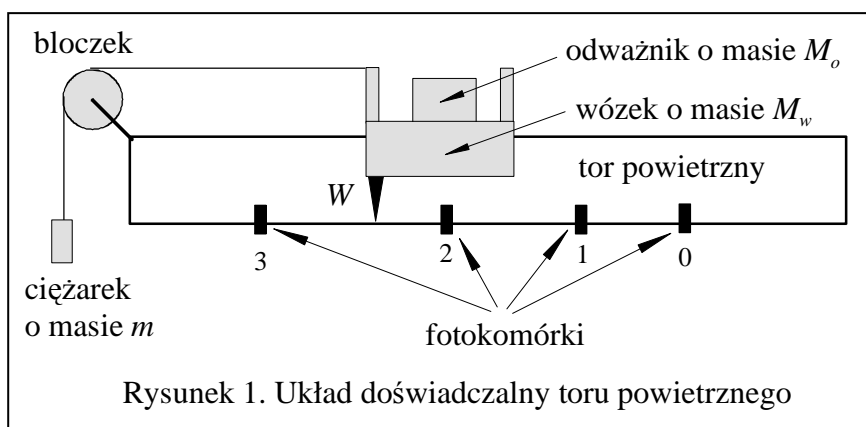
$$a = \frac{1}{m} F .$$

Jeśli siła i masa ciała jest stała, ruch odbywa się ze stałym przyspieszeniem.

#### Układ doświadczalny

Masz do dyspozycji:

- tor powietrzny wyposażony w fotokomórki służące do pomiaru czasu, wózek oraz zamocowany do toru bloczek o masie  $m_b = 36$  g, średnicy zewnętrznej krążka  $D_1 = 96$  mm i wewnętrznej średnicy  $D_2 = 8$  mm łożyska kulkowego;
- mocną nitkę;
- odcinki drutu o masie około 10 g, które można zawiesić na nitce przerzuconej przez bloczek i odgrywające rolę ciężarków pozwalających zmieniać siłę wymuszającą ruch;
- odważniki o różnych masach pozwalające zmieniać masę wózka;
- miarkę zwijaną z podziałką;
- wagę.



Układ doświadczalny ukazuje Rysunek 1. W doświadczeniu posługujemy się torem powietrzny o długości 1,5 m. Na górnej powierzchni toru wydrążone są otwory, przez które sprężarka pompuje powietrze. Sprężarka utrzymuje stałe ciśnienie w objętości toru, a wydostające się przez otwory powietrze unosi wózek na poduszce powietrznej, dzięki czemu możemy założyć, że porusza się on po torze praktycznie bez tarcia.

Do toru zamocowane są 4 fotokomórki oznaczone na Rysunku 1 cyframi 0, 1, 2 oraz 3, do wózka zaś przytwierdzony jest występ  $W$ , który mijając fotokomórkę 0 uruchamia pomiar czasu w zegarach kontrolowanych fotokomórkami 1, 2 i 3. Gdy, w trakcie przejazdu wózka, występ  $W$  przysłoni te fotokomórki, zatrzymują one pomiar czasu, a wyświetlacze ukazują czas  $t_1$ ,  $t_2$  i  $t_3$ , w którym wózek pokonał drogę  $s_1$ ,  $s_2$  oraz  $s_3$  między fotokomórkami 0 i 1, 0 i 2 oraz 0 i 3.

### Planowanie doświadczenia

W warunkach ćwiczenia Newtona II zasada dynamiki przyjmuje postać skalarną

$$a = \frac{1}{M} F,$$

gdzie  $a$  jest przyspieszeniem układu o masie  $M$ , na który działa siła  $F$ . Siła ta, w warunkach ćwiczenia, to siła grawitacyjna:  $F = mg$ , gdzie  $m$  jest masą ciężarka wymuszającego ruch, natomiast  $g$  przyspieszeniem ziemskim, co wiedzie do

$$a = \frac{m}{M} g.$$

Realizacja celu ćwiczenia wymaga przemyślenia kilku zagadnień. Jednym z dwóch zadań postawionych w ćwiczeniu jest wykazanie proporcjonalności między przyspieszeniem  $a$  wózka a działającą nań siłą  $F$ , a faktycznie masą  $m$  ciężarka wymuszającego ruch, przy czym współczynnikiem proporcjonalności jest wielkość stała, zadana odwrotnością masy  $M$  układu. Naturalnie, niezmiernie łatwo jest np. zwiększyć siłę powodującą ruch układu: wystarczy na końcu przerzuconej przez bloczek nici zawiesić zamiast np. jednego odcinka drutu odgrywającego rolę ciężarka wymuszającego ruch, dwa lub więcej takich ciężarków. Postępowanie takie jednak mija się z celem, gdyż gwałci warunek stałości masy układu.

- W jaki sposób przeprowadzisz pomiary, aby zagwarantować stałość masy układu?

Drugie zadanie postawione w ćwiczeniu, to wykazanie odwrotnej proporcjonalności między przyspieszeniem a masą układu, przy stałej sile wymuszającej ruch. W warunkach ćwiczenia jedną z części układu jest masowy bloczek, który kręci się pod wpływem przerzuconej przez niego nici.

- Jaki wpływ na przyspieszenie  $a$  układu ma bloczek?
- Jak bloczek modyfikuje masę  $M$  układu?
- Jaki systematyczny błąd względny w wartości przyspieszenia powoduje zaniedbanie momentu bezwładności bloczka? Aby mieć wyczucie co do rzędu wielkości tego błędu, przyjmij, że masa wózka to 1 kg, a ciężarek wymuszający ruch ma masę 10 g.

Choć nie znamy szczegółów łożyska kulkowego, możemy ten błąd istotnie zredukować. Każdy bloczek o promieniu zewnętrznym  $R_1$  i momencie bezwładności  $I$  przejawia się w masie  $M$  układu jako efektywna masa  $m_{ef} = I/R_1^2$ .

- Ile ta masa efektywna wynosi, jeśli zaniedbamy łożysko kulkowe wbudowane w bloczek?
- Co powinno być jeszcze wiadome, jeśli pojawiłaby się potrzeba uwzględnienia szczegółów budowy łożyska?

W doświadczeniu masy są mierzone bezpośrednio, natomiast przyspieszenie pośrednio: z pomiarów drogi  $s$  i czasu  $t$ . Ponieważ siła nie ulega zmianie z czasem, więc i ruch odbywa się ze stałym przyspieszeniem, co pozwala odwołać się do dobrze znanej ze szkoły modelowej zależności

$$s(t) = \frac{1}{2} a (t - t_0)^2 + v_0 (t - t_0) + s_0,$$

gdzie  $v_0$  jest prędkością w chwili  $t_0$ , a  $s_0$  definiuje położenie, w tejże chwili, w układzie współrzędnych, w którym mierzona jest droga. Ponieważ interesuje nas jedynie przyspieszenie, pożądanym byłoby usunięcie z zależności zbędnych wielkości.

- Czy można tak zaaranżować warunki pomiaru, aby wyeliminować z zależności  $s(t)$  chwilę  $t_0$  a także wyraz wolny, wyraz liniowy, a może wszystkie na raz?

Gdy już ustalisz ostateczną formę relacji między drogą a czasem, to jak ją wykorzystasz, tj.:

- Jakiej użyjesz metody analizy danych, aby z danych „wyłuskać” ocenę przyspieszenia?
- Odpowiedź na to pytanie umożliwi Ci zaplanowanie pomiarów, w szczególności powinna Ci uświadomić następujące problemy:

- Jak powinny być rozstawione fotokomórki?
- Czy wystarczy Ci jednokrotny przejazd wózka po torze, czy należy przeprowadzić wielokrotne pomiary?
- W jakiej pozycji przed fotokomórką 0 powinien być ustawiony wózek?
- Jeśli zdecydujesz, że pomiary powinny być wielokrotne, to czy ta pozycja może być w każdym pomiarze inna?
- Jeśli dojdiesz do wniosku, że wózek powinien, za każdym razem, ruszać z tej samej pozycji, jak to zagwarantujesz?

### Wykonanie pomiarów

Pracę eksperymentalną zacznij od starannego wypoziomowania toru. Możesz uznać, że tor jest wypoziomowany, jeśli przy włączonej sprężarce wózek nie podąża w żadną ze stron, jak również nie opiera się krawędzią o tor powietrzny. Ustaw w wybranych pozycjach fotokomórki i zapisz ich położenia w wybranym przez siebie układzie odniesienia. Przymocuj do wózka nitkę i przewieś ją przez bloczek. Zmianę siły wymuszającej ruch uzyskasz przyczepiając do drugiego końca nitki różne ciężarki. Na wózku możesz kłaść odważniki zmieniające jego masę, a tym samym masę całego układu. Zauważ, że przy dużym obciążeniu wózka, sprężarka musi tłoczyć dostatecznie silny strumień powietrza, aby wózek nie osiadł na torze. Jeden cykl pomiarowy czasów  $t_1$ ,  $t_2$  i  $t_3$  uzyskujemy ustawiając wózek przed fotokomórką 0 i ostrożnie go uwalniając.

W celu wyznaczenia relacji między przyspieszeniem a siłą powodującą ruch przy ustalonej masie układu:

- przeprowadź pomiar/pomiary czasu przejazdu wózka przy ustalonej masie ciężarka wymuszającego ruch;
- powtórz pomiary dla różnych ciężarków powodujących ruch, dbając równocześnie o to, by przy zmianie tych ciężarków, masa układu pozostawała niezmienną.

W celu wyznaczenia relacji między przyspieszeniem a masą układu przy ustalonej sile powodującej ruch:

- przeprowadź pomiar/pomiary czasu przejazdu wózka przy ustalonej masie wózka i ustalonej masie ciężarka wymuszającego ruch,
- powtórz pomiary dla różnych mas wózka przy ustalonej wartości masy ciężarka wymuszającego ruch.

*UWAGA! Gdy nie działa sprężarka, nie przesuwaj wózka po torze powietrznym – zawsze unosz go do góry i przestawiaj w nowe miejsce. Niestosowanie się do tego wskazania może doprowadzić do drobnych zarysowań na powierzchni toru, które będą hamować ruch wózka w trakcie pomiarów.*

### Analiza wyników pomiarów

Analiza danych winna zawierać następujące elementy:

- ustalenie realistycznych, dopuszczalnych błędów granicznych wielkości bezpośrednio mierzonych i wyznaczenie odpowiadających im niepewności standardowych – pamiętaj, że zdolność rozdzielcza przyrządu (najmniejsza działka) nie musi gwarantować sensownych błędów granicznych (oczywiście, możesz też od razu oszacować niepewności standardowe, bez przechodzenia przez etap błędów granicznych);
- wyznaczenie, w każdym z kroków analizy, niezbędnych niepewności standardowych wielkości mierzonych pośrednio;
- wyznaczenie, z dostosowanych do warunków Twojego eksperymentu metod analizy danych, przyspieszenia wózka przy ustalonej masie układu dla różnych wartości siły działającej na układ;
- weryfikację, z wykorzystaniem metod statystycznej analizy danych, twierdzenia o proporcjonalności  $a = \alpha F$  między przyspieszeniem a siłą lub proporcjonalności  $a = \beta m$  między przyspieszeniem a masą wymuszającą ruch;
- konfrontację wartości współczynnika proporcjonalności  $\alpha$  lub  $\beta$  z jego wartością oczekiwaną, jeśli Twoja metoda weryfikacji pozwala wyznaczyć ocenę tego współczynnika;

- wyznaczenie oceny masy efektywnej  $m_{ef}$  bloczka z wyznaczonego współczynnika proporcjonalności  $\alpha$  lub  $\beta$ , o ile Twoja metoda weryfikacji pozwala ocenić ten współczynnik, a następnie porównanie tej oceny z wartością wyznaczoną bezpośrednio;
- wyznaczenie, z dostosowanych do warunków Twojego eksperymentu metod analizy danych, przyspieszenia wózka przy ustalonej wartości siły działającej na układ dla różnych wartości masy wózka.
- weryfikację, z wykorzystaniem metod statystycznej analizy danych, twierdzenia o odwrotnej proporcjonalności między przyspieszeniem a masą układu;
- konfrontację wartości współczynnika proporcjonalności w relacji między przyspieszeniem a masą układu z wartością oczekiwaną tego współczynnika, jeśli Twoja metoda weryfikacji pozwala taki współczynnik wyznaczyć;

W raporcie ustosunkuj się do pytań postawionych w części **Planowanie Doświadczenia**.

Istotne, w Twojej opinii, kroki analizy danych podsumuj stosownymi tabelami z wynikami pośrednimi i zilustruj odpowiednimi rysunkami (nie muszą być one wykonane za pomocą komputerowego programu graficznego – nic nie umniejszaj wartości Twojej pracy, jeśli w raporcie zostawisz wolne miejsce i rysunek wykonasz ręcznie – byle dostatecznie starannie).

Jeśli na którymś z etapów analizy danych prowadzisz dopasowanie modelowej zależności do danych metodą najmniejszych kwadratów wystarczy, że podasz jawną formę wielkości minimalizowanej, jako że postać ta jednoznacznie wyznacza oceny poszukiwanych współczynników modelowej zależności wraz z ich niepewnościami standardowymi i zbędnym jest cytowanie stosownych wzorów dla tych obiektów.

### **Dodatkowe uwagi odnośnie do raportu**

W raporcie zamieść, w stosownie dobranych tabelach, wszystkie surowe wyniki wykonanych pomiarów tak, aby sięgając jedynie do raportu i bez potrzeby odwoływania się do protokołu z doświadczenia można było wykonać pełną i niezależną analizę Twoich danych. Zadbaj o wierne przeniesienie zmierzonych wartości do raportu.

Nim przygotujesz raport, zaznajom się z uwagami zawartymi w opracowaniu *Instrukcja - Jak pisać raport końcowy* oraz z przykładową realizacją tych uwag w postaci *Przykładowy raport końcowy*. Materiały te zamieszczone są na stronie <http://anipw.igf.fuw.edu.pl> Pracowni wstępnej. Wymagania ukazane w tych opracowaniach będą bezwzględnie egzekwowane przy sprawdzaniu Twojego raportu. W szczególności pamiętaj o konwencji odnoszącej się do precyzji przedstawiania niepewności, a co za tym idzie, również wartości wielkości zmierzonej.

Absolutnie zalecane jest świadome przyjrzenie się redakcji tekstu, tabel, rysunków i wzorów, sposobów ich numerowania, tytułowania i opisywania w dowolnym, ale wydanym przez uznane wydawnictwo, akademickim podręczniku do fizyki, jak również zajrzenie do kilku publikacji w różnych czasopismach naukowych, co może ułatwić podjęcie decyzji co do podziału Twojego raportu na części.

### **Literatura pomocnicza**

- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, tom 1, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003;
- A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013.

### **Pytania i zadania definiujące wymagania do ćwiczenia**

**Problem 1.** Wypisz równania Newtona, które definiują ruch elementów układu doświadczalnego w ćwiczeniu. Rozwiąż je względem przyspieszenia wózka.

**Problem 2.** Celem jednej z części ćwiczenia jest weryfikacja relacji między siłą powodującą ruch wózka a jego przyspieszeniem. Wykonując wielokrotne pomiary przy ustalonej sile wymuszającej ruch wózka, ustalonej masie wózka oraz ustalonym położeniu fotokomórek, wózek możesz ustawić za każdym razem w innym miejscu. Jak wpłynie to na Twój sposób analizy danych w stosunku do przypadku, w którym wózek rusza zawsze z tego samego miejsca?

**Problem 3.** Celem jednej z części ćwiczenia jest weryfikacja proporcjonalności między siłą powodującą ruch wózka a jego przyspieszeniem. Niezbędnym warunkiem takiej weryfikacji jest stałość masy układu przy różnych siłach wymuszających ruch wózka. Jak zapewnisz spełnienie tego warunku?

**Problem 4.** Po torze powietrznym porusza się, pod wpływem stałej siły, wózek o długości  $L$ . W chwili  $t = 0$  wózek znajduje się w odległości  $s_0$  od fotokomórki i rozpoczyna ruch w jej kierunku z prędkością początkową równą zeru. Znając czas  $t$  trwania przejazdu wózka koło fotokomórki, wyznacz przyspieszenie wózka.

**Problem 5.** Pod wpływem pojedynczego uderzenia kafara o masie  $m$  spadającego z pewnej wysokości na wbijany pal, pal ten zagłębia się w gruncie na głębokość  $s$ . Zakładając, że siła tarcia  $T$  między palem a gruntem na drodze  $s$  jest stała, wyznacz wartość tej siły, jeśli prędkość  $v$  bijaka tuż przed uderzeniem w pal wynosi  $v_0$ . Zaniedbaj masę pala w stosunku do masy bijaka.

**Problem 6.** Ile wynosiłaby droga hamowania samochodu od prędkości  $v_0 = 72 \text{ km/h} (= 20 \text{ m/s})$ , jeżeli hamowałaby z opóźnieniem  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Problem 7.** Na stole leży klocek o masie  $M$ . Do klocka przymocowana jest linka, przełożona przez kołek przymocowany do krawędzi stołu. Do zwisającej części linki przymocowany jest klocek o masie  $m$ . Znajdź przyspieszenie klocka o masie  $M$ . Przyjmij, że ruch klocka o masie  $M$  po stole, a linki po kołku odbywa się bez tarcia.

**Problem 8.** Na stole leży klocek o masie  $M$ . Do klocka przymocowana jest nierozciągliwa i nieważka linka, przełożona przez bloczek przymocowany do krawędzi stołu. Promień krążka bloczka jest równy  $r$ , jego masa wynosi  $m_b$ , a moment bezwładności  $I$ . Do zwisającej części linki przymocowany jest klocek o masie  $m$ . Znajdź przyspieszenie liniowe klocków i kątowe bloczka, jeśli linka porusza się po bloczku bez poślizgu, a współczynnik tarcia klocka o stół wynosi  $f$ . Wyznacz wszystkie siły działające na klocki i momenty sił działające na bloczek. Przyjmij, że krążek bloczka obraca się na osi bez tarcia.

**Problem 9.** W chwili, gdy autobus rusza z przystanku, motocyklista znajduje się w odległości  $d = 37,5 \text{ m}$  za autobusem. Motocyklista jedzie ze stałą prędkością  $v = 54 \text{ km/h}$ , zaś autobus rusza ze stałym przyspieszeniem  $a$  w tym samym kierunku, w którym jedzie motocyklista. Jakie musi być minimalne przyspieszenie autobusu, aby motocyklista go nie dogonił?

**Problem 10.** Stok górki lodowej tworzy z poziomem kąt  $\alpha$ . Popchnięto po nim, w kierunku do góry, kamień, który osiągnąwszy pewną wysokość, ześlizguje się w dół po tej samej drodze. Oblicz współczynnik  $\mu$  tarcia, jeśli czas ześlizgiwania się kamienia jest  $n > 1$  razy dłuższy od czasu wznoszenia się.

Opracowali: Zygmunt Szepliński, Paweł Pęczkowski, Paweł Giziński, Paweł Olszewski.

Uzupełnił: Roman J. Nowak i Andrzej Witowski, 8 września 2015.