

# WYZNACZANIE GĘSTOŚCI CIAŁ STAŁYCH

## ĆWICZENIA

### ZADANIE DOMOWE

*Obowiązkowe przed przystąpieniem do ćwiczeń rachunkowych*

Przypomnij sobie podstawowe operacje obliczeniowe w arkuszu kalkulacyjnym z użyciem funkcji typu ILE.LICZB, SUMA, ŚREDNIA, ODCH.STANDARD.PRÓBK, czy też sposób użycia znaczka \$ w zakresie w przypadku kopiowania jednej formuły do różnych komórek. Używając tych funkcji oblicz SUMĘ, LICZBĘ DANYCH, ŚREDNIĄ ARYTMETYCZNĄ oraz ODCHYLENIE STANDARDOWE Z PRÓBY następującego zbioru liczb:

2,955	2,943	2,970	3,081	3,084	2,990	2,955	2,920	3,047	3,018
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

#### ZADANIE 1

Wykonano wielokrotny pomiar pewnej ustalonej wielkości fizycznej i otrzymano  $N$  wartości  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ , każdą z niepewnością  $s$ . Jako miarę odległości między nieznaną wartością  $\mu$ , a wartościami  $x_i$  przyjmujemy wielkość opisaną zależnością  $R = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \mu)^2}{s^2}$ . Oblicz wartość  $\mu$  dla której  $R$  przyjmuje minimum. Oblicz niepewność tak wyznaczonego  $\mu$ .

#### ZADANIE 2

Producent gwarantuje, że dokładność przyrządu (maksymalna różnica między wskazaniem  $x$  a wartością dokładną  $\mu$ ) nie przekracza co do wartości bezwzględnej wartości  $\Delta$  ( $\Delta > 0$ ). Przyjmując że każdy wynik z tego przedziału jest jednakowo prawdopodobny, wykaż, że wartość oczekiwana  $x$  jest  $\langle x \rangle = \mu$ , a odchylenie standardowe  $\sigma = \Delta/\sqrt{3}$ . Jaka część przyrządów wskaże wartość w przedziale  $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ ?

#### ZADANIE 3

W wyniku pomiarów trzymano  $N$  par wartości  $(x_i, y_i)$  z których wyznaczono  $N$  wartości  $z_i$ , zdefiniowanych jako liniowe kombinacje  $x_i$  i  $y_i$  ( $z_i = \alpha x_i + \beta y_i + \gamma$ ). Oblicz średnią  $z$  oraz odchylenie standardowe średniej.

#### ZADANIE 4

Użytkownik podczas pomiaru gęstości próbki metodą wykorzystującej prawo Archimedesesa (metoda C) dokonał serii pomiarów (Tabela 1) masy zlewki z wodą ( $m_{zw}$ ) oraz masy zlewki po zanurzeniu w niej próbki ( $m_{zwp}$ ). Wyznacz współczynnik korelacji tych zmiennych oraz średnią wartość masy wypartej wody oraz jej niepewność.

#### ZADANIE 5

Dla wszystkich trzech metod pomiaru gęstości wyprowadź wzory wyrażające niepewności wyznaczenia gęstości przez wielkości mierzone bezpośrednio oraz ich niepewności.

#### ZADANIE 6

Wyznacz wartości liczbowe całkowitych niepewności standardowych dla wszystkich zmierzonych wielkości niezbędnych do wyznaczenia gęstości dla każdej z trzech metod pomiarowych przedstawionych w Tabeli 1. Zakładając, że w przypadku metody C pomiary zostały wykonane przy użyciu wody destylowanej o temperaturze  $22^\circ\text{C}$  zmierzonej z dokładnością  $1^\circ\text{C}$ , na podstawie Tabeli 2 określ niepewność gęstości użytej wody.

**ZADANIE 7**

Wyznacz wartości liczbowe gęstości wraz z jej niepewnością dla każdej z trzech metod pomiarowych, a następnie posługując się średnią ważoną, wyznacz najlepszą ocenę gęstości oraz niepewność tej oceny.

Tabela 1. Wyniki pomiarów masy próbki ( $m$ ), średnicy próbki ( $D$ ), wysokości próbki ( $H$ ), objętości wody w cylindrze przed zanurzeniem próbki ( $V_1$ ) oraz po zanurzeniu próbki ( $V_2$ ), masy zlewki z wodą ( $m_{zw}$ ) oraz masy zlewki po zanurzeniu w niej próbki ( $m_{zwp}$ ), obliczone różnice objętości wody w cylindrze ( $\Delta V$ ) oraz masy wypartej wody ( $m_{ww}$ ).  
Wyznaczone niepewności pomiarowe dla wszystkich trzech metod pomiarów.

	$m$ [g]	Metoda A		Metoda B			Metoda C		
		$D$ [cm]	$H$ [cm]	$V_1$ [cm <sup>3</sup> ]	$V_2$ [cm <sup>3</sup> ]	$\Delta V$ [cm <sup>3</sup> ]	$m_{zw}$ [g]	$m_{zwp}$ [g]	$m_{ww}$ [g]
Wyniki pomiarów:	52,21	2,407	4,194	75,0	93,5		332,62	351,25	
	52,21	2,414	4,171	75,0	93,5		331,95	350,60	
	52,21	2,415	4,175	75,0	93,5		331,22	349,89	
		2,402	4,171	75,0	93,5		330,85	349,53	
		2,398	4,167	75,0	93,5		329,82	348,45	
Średnia arytmetyczna:									
Niepewność średniej:									
Dokładność przyrządu:		0,002	0,002	0,5	0,5				
Niepewność przyrządu:	0,01						0,01	0,01	
Całkowita niepewność pomiarowa:									

Tabela 2. Gęstość wody destylowanej (w kg/m<sup>3</sup>) w zależności od temperatury pod standardowym ciśnieniem atmosferycznym [P.H. Bigg, *Brit. J. Appl. Phys.* **18**, 521 (1967)]

°C	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
18	998,5946	998,5760	998,5574	998,5386	998,5198
19	998,4043	998,3847	998,3650	998,3451	998,3252
20	998,2033	998,1826	998,1619	998,1410	998,1200
21	997,9918	997,9701	997,9483	997,9264	997,9043
22	997,7700	997,7473	997,7245	997,7015	997,6785
23	997,5382	997,5144	997,4906	997,4667	997,4427
24	997,2964	997,2717	997,2469	997,2220	997,1970
°C	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
18	998,5008	998,4817	998,4625	998,4432	998,4238
19	998,3051	998,2850	998,2647	998,2444	998,2239
20	998,0989	998,0777	998,0564	998,0350	998,0134
21	997,8822	997,8600	997,8376	997,8152	997,7927
22	997,6554	997,6321	997,6088	997,5854	997,5618
23	997,4185	997,3943	997,3700	997,3456	997,3210
24	997,1719	997,1467	997,1214	997,0960	997,0706