

Indywidualna Pracownia Elektroniczna

Wykład 1

2018/19

Pojęcia:

Prąd elektryczny – zjawisko przepływu ładunku elektrycznego pomiędzy różnymi punktami w przestrzeni. Z definicji kierunek prądu jest zgodny z kierunkiem ruchu ładunku dodatniego, nawet gdy to elektrony są nośnikami prądu.

Natężenie prądu elektrycznego: szybkość przepływu ładunku dodatniego, nawet jeśli to naładowane ujemnie elektrony są obiektami fizycznie przepływającymi.

W układzie SI jednostką podstawową jest jednostka natężenia prądu, amper (A), a jednostka ładunku, kulomb (C) zdefiniowana jest jako As.

W elektronice często zamiast pełnego zwrotu „natężenie prądu elektrycznego” mówi się po prostu „prąd o wartości 1A” lub wręcz „prąd 1A”.

Natężenie prądu mierzymy amperomierzem włączonym szeregowo do obwodu, przez który płynie prąd.

I Prawo Kirchhoffa. Jeśli w przewodniku, przez który płynie prąd nie powstają nowe ani nie giną nośniki prądu, to suma prądów wpływających do rozgałęzienia musi być równa sumie prądów wypływających.

Napięcie: spadek potencjału elektrostatycznego pomiędzy dwoma punktami obwodu elektrycznego (nie zawierającego źródeł prądu) wzdłuż kierunku przepływu prądu. Zgodnie z konwencją, kierunek przepływu prądu odpowiada kierunkowi ruchu ładunków dodatnich, które poruszają się tak, by ich energia potencjalna malała – w kierunku malejącego potencjału. Napięcie to spadek potencjału, a więc informacja o ile wyższy jest potencjał w punkcie początkowym od potencjału w punkcie końcowym (w sensie kierunku przepływu prądu) rozważanego odcinka obwodu. Napięcie mierzone względem ustalonego punktu rośnie w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu prądu.

Napięcie jest addytywne, ponieważ pole elektrostatyczne jest polem zachowawczym, a więc energia ładunku w polu zależy tylko od jego położenia.

Napięcie mierzymy woltomierzem włączonym równolegle do elementu, na którym chcemy je zmierzyć. Jeśli czarny zacisk woltomierza podłączymy do punktu o niższym potencjale, a czerwony do punktu o wyższym to woltomierz pokaże dodatnie napięcie.

Siła elektromotoryczna (SEM): różnica potencjału na zaciskach źródła prądu. SEM mierzona na zacisku, z którego wypływa prąd („plusa”) względem zacisku, do którego prąd wpływa („minusa”) jest dodatnia.

II prawo Kirchhoffa: w obwodzie zamkniętym suma SEM na źródłach prądu jest równa sumie napięć na pozostałych elementach obwodu. Wynika to również z zachowawczości pola elektrycznego: gdy „obiegamy” obwód zamknięty w kierunku przepływu prądu spadek potencjału na elementach tego obwodu niebędących źródłami prądu musi być zrównoważony przez wzrost potencjału na źródłach prądu, tak, by łączna suma spadków i wzrostów potencjału po powrocie do punktu wyjścia wyniosła 0. Na ogół zamiast mówić „SEM zasilacza”, czy „SEM baterii” mówimy o napięciu na wyjściu zasilacza, czy napięciu baterii, ale w takim wypadku należy pamiętać, że napięcie na źródłach prądu mierzone względem ustalonego punktu rośnie w kierunku przepływu prądu, więc przeciwnie do zmian napięcia na pozostałych elementach!

Opór elektryczny. Większość ośrodków, w których mogą poruszać się ładunki elektryczne stawia im opór, to znaczy sprawia, że poruszające się ładunki tracą swoją energię kinetyczną. W przypadku metali elektrony zderzają się z atomami tworzącymi ośrodek, przekazując im swoją energię. Dlatego przewodzący prąd metal nagrzewa się, a utrzymanie przepływu prądu wymaga ciągłego dostarczania energii do układu i utrzymania różnicy napięcia pomiędzy końcami przewodnika.

Prawo Ohma. Duża liczba przewodników (jednak nie aż tak duża, jak można by sądzić na podstawie szkolnej nauki o prądzie elektrycznym) oddziałuje na przepływające ładunki tak, jakby się poruszały w ośrodku działającym na nie siłą oporu proporcjonalną do prędkości ładunków. Prowadzi to do ustalenia się średniej prędkości ładunków na wartości wprost proporcjonalnej do siły działającej na nie ze strony przyłożonego pola elektrycznego, a więc również do napięcia. Makroskopowo prowadzi to do ustalenia się wartości natężenia prądu proporcjonalnej do napięcia przyłożonego do przewodnika, a zatem do ustalenia szybkości przepływu ładunku:

$$I = G \cdot U = \frac{U}{R}$$

Współczynnik G to przewodność elektryczna, dużo częściej jednak (a w elektronice prawie wyłącznie) używane jest pojęcie oporu elektrycznego R , mierzonego w omach.

Prawo Ohma jest na ogół dobrze spełnione dla metali, ale trzeba pamiętać, że opór metalu rośnie ze wzrostem temperatury. Dlatego w przypadku włókna żarówki, której temperatura bardzo silnie zależy od natężenia przepływającego prądu, a więc i od napięcia, natężenie prądu nie będzie proporcjonalne do przyłożonego napięcia – proszę sobie przypomnieć ćwiczenie z żarówką z IPWb. Prawo Ohma nie jest również spełnione dla elementów półprzewodnikowych (o tym dalej), lamp wyładowczych, takich jak świetlówki, używane na pracowni fizycznej lampy spektralne, czy duże lampy łukowe używane (coraz rzadziej) do oświetlania ulic. Warto pamiętać o tym, że prawo Ohma opisuje pewien szczególny przypadek ośrodków, przez które płynie prąd, a nie jest prawem uniwersalnym! Wychodzi tu na jaw pewna niekonsekwencja nauki szkolnej, w której prawa Ohma i Kirchhoffa traktuje się na równi, podczas gdy te drugie są bardziej ogólne i np. II prawo Kirchhoffa obowiązuje w obwodzie zawierającym diody, a prawo Ohma już nie.

Dzielnik napięcia: układ dwóch połączonych szeregowo elementów podłączonych do źródła siły elektromotorycznej. Opisujemy go korzystając z II prawa Kirchhoffa i praw opisujących zależność napięcia na elemencie od przepływającego przez niego prądu.

Źródło napięciowe: napięcie na zaciskach (SEM) nie zależy od natężenia prądu wyjściowego.

Źródło prądowe: prąd wyjściowy nie zależy od napięcia na zaciskach.

Każde rzeczywiste źródło energii elektrycznej może być przedstawione jako

- źródło napięciowe i szeregowo rezystancja wewnętrzna

lub

- źródło prądowe i bocznikująca (równoległa) rezystancja wewnętrzna.

Stabilizowane zasilacze, którymi posługujemy się na pracowni mogą pracować w trybie, który jest bardzo bliski idealnemu źródłu napięciowemu (tryb stabilizacji napięcia) lub prądowemu (tryb stabilizacji prądu).

Wykład 1.

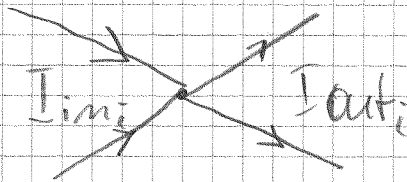
Wzajemne prądu elektrycznego:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Pomiar natężenia:

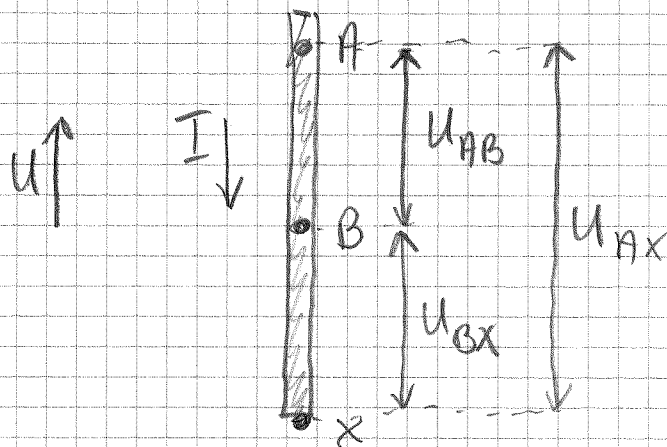


Przebieg Kirchhoffa:



$$\sum I_{in,i} = \sum I_{out,i}$$

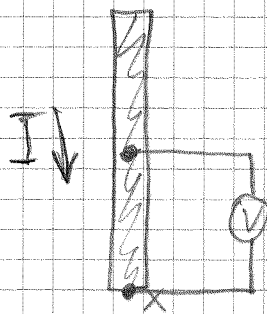
Napięcie



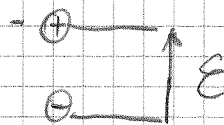
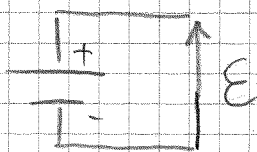
$$U_{AX} > U_{BX}$$

$$U_{AX} = U_{BX} + U_{AB}$$

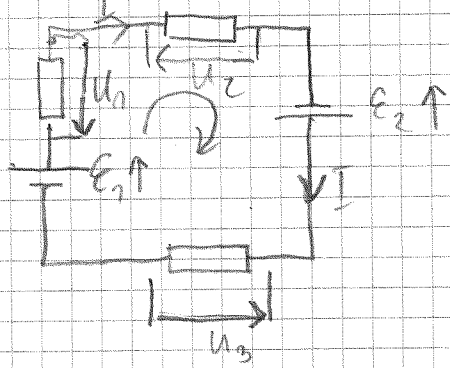
Pomiar napięcia:



Siła elektromotoryczna



II Beweis Kirchhoffs



$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = U_1 + U_2 + U_3$$

Beweis Ohm's

$$F_{op} \sim -dV$$

$$F_{el} = q \cdot E$$

$$F_{op} = F_{el}$$

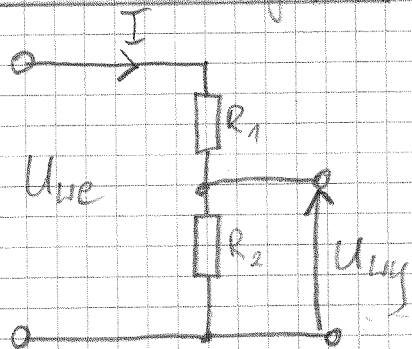
$$dV = qE$$

$$V = \frac{qE}{\alpha}$$

$$I \sim V \sim E \sim U$$

$$I = G \cdot U = \frac{U}{R}$$

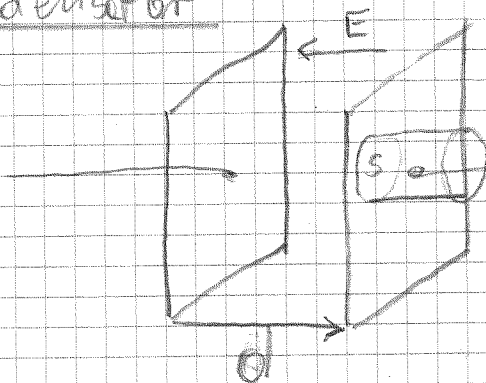
Dzielnik napięć



$$I = \frac{U_{we}}{R_1 + R_2}$$

$$U_{wy} = I \cdot R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{we}$$

Kondensator



Beweis Gauss:

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi = SE = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

(nie zapomnieć nie ma pola)

$$E = - \frac{dU}{dx}$$

$$U = E \cdot d$$

$$U = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \cdot d = \frac{d}{\epsilon_0 S} Q$$

$$Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} U = C \cdot U$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

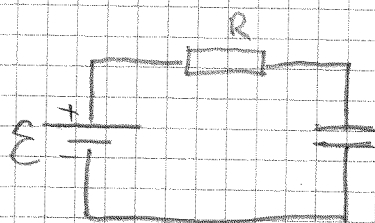
Energia Kondensatora:

Równice potencjału pomiędzy okładkami: U
Prace potrzebne na przenieśnięcie ładunku dq z
jednej okładki na drugą: $dW = U \cdot dq$

Prace potrzebne na naładowanie kondensatora
od 0 do Q :

$$W = \int dW = \int_0^Q U \cdot dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{C^2 U^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2$$

Ładowanie / rozładowanie kondensatora przez opornik



z II pr. Kirchhoffa:

$$E = IR + \frac{Q}{C}$$

$$E = R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q$$

$$\frac{1}{C} (Q - EC) + R \frac{d(Q - EC)}{dt} = 0$$

$$\frac{d(Q - EC)}{dt} + \frac{1}{RC} (Q - EC) = 0$$

$$Q - EC = A e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$Q = EC + A e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$Q(t=0) = 0 \Rightarrow A = -EC$$

$$Q = EC (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$U = E (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

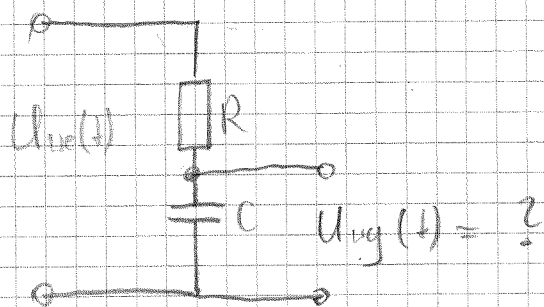
Rozładowanie: $Q(t=0) = Q_0$ $E = 0$

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

UkŁad cŁlnyjszy

Niech $U_{we} = U_{we}(t)$



$$U_{wy}(t) = \frac{1}{C} Q = \frac{1}{C} \int I dt$$

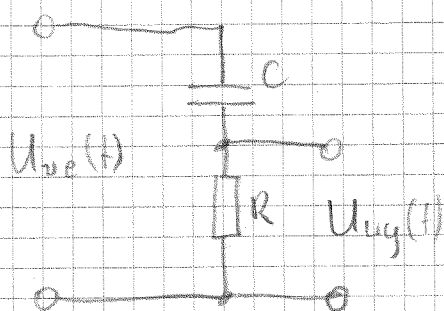
$$U_{we}(t) = IR + U_{wy}(t)$$

$$I = \frac{U_{we}(t) - U_{wy}(t)}{R}$$

$$\downarrow U_{wy}(t) < U_{we}(t)$$

$$U_{wy}(t) = \frac{1}{RC} \int (U_{we}(t) - U_{wy}(t)) dt \approx \frac{1}{RC} \int U_{we}(t) dt$$

UkŁad nŁrniczkujĄcy



$$U_{wy}(t) = IR$$

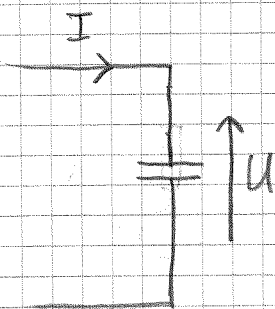
$$U_{we}(t) = \frac{Q}{C} + U_{wy}(t)$$

$$\frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} (U_{we}(t) - U_{wy}(t))$$

$$I = C \frac{d}{dt} (U_{we}(t) - U_{wy}(t))$$

$$U_{wy}(t) = RC \frac{d}{dt} (U_{we}(t) - U_{wy}(t)) \approx RC \frac{d}{dt} U_{we}(t)$$

Kondensator u obwodzie prĄdu prĄmiennego



$$I = I_0 \cos \omega t = I_0 \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I(t) dt$$

$$U = \frac{1}{C} \frac{I_0}{\omega} \left(\frac{1}{j} e^{j\omega t} + \frac{1}{-j} e^{-j\omega t} \right) =$$

$$= \frac{1}{\omega C} I_0 \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = \frac{1}{\omega C} I_0 \sin \omega t$$

W formalizmie zespolonym:

I presumuje
u fazy
u względn. U

$$I = I_0 e^{i\omega t} \quad (\text{część rzeczywista reprezentuje wielkość fizyczną})$$

$$U = \frac{1}{C} \int I(t) dt = \frac{1}{i\omega C} I_0 e^{i\omega t} = \frac{1}{i\omega C} I = \frac{1}{i\omega C} I_0 e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})}$$

Jak prawo Ohma, tylko że zamiast R jest $\frac{1}{i\omega C}$

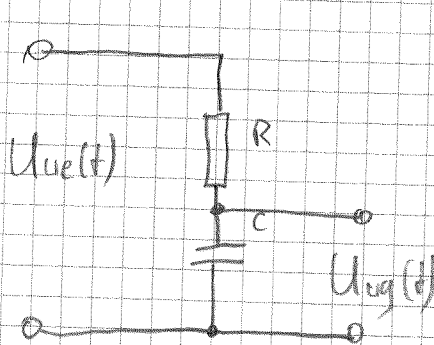
Impedancje:

Rezystor: $Z_R = R$

Kondensator: $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$

Celka (indukcyjność): $Z_L = i\omega L$

Filter RC jako dzielnik napięcia dla prądów przemiennych:



$$U_{ue}(t) = U_0 e^{i\omega t}$$

$$U_{ug}(t) = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} U_{ue}(t) =$$

$$= \frac{1}{i\omega RC + 1} U_{ue}(t)$$

Transmitencja: $T = \left| \frac{U_{ug}}{U_{ue}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$

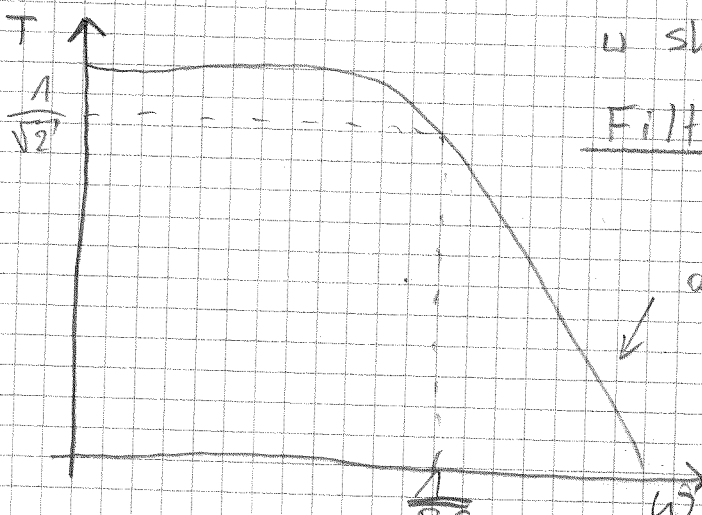
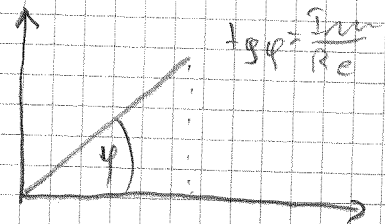
Presumacja fazy φ :

$$U_{ug}(t) = T \cdot U_{ue}(t) \cdot e^{i\varphi}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im} \frac{1}{i\omega RC + 1}}{\text{Re} \frac{1}{i\omega RC + 1}}$$

$$\frac{1}{i\omega RC + 1} = \frac{-i\omega RC + 1}{1 + (\omega RC)^2}$$

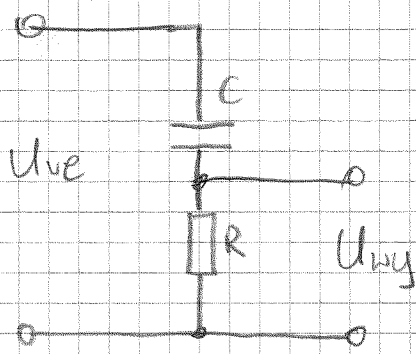
$$\tan \varphi = -\omega RC$$



w skali log-log

Filter dolnoprzepustowy

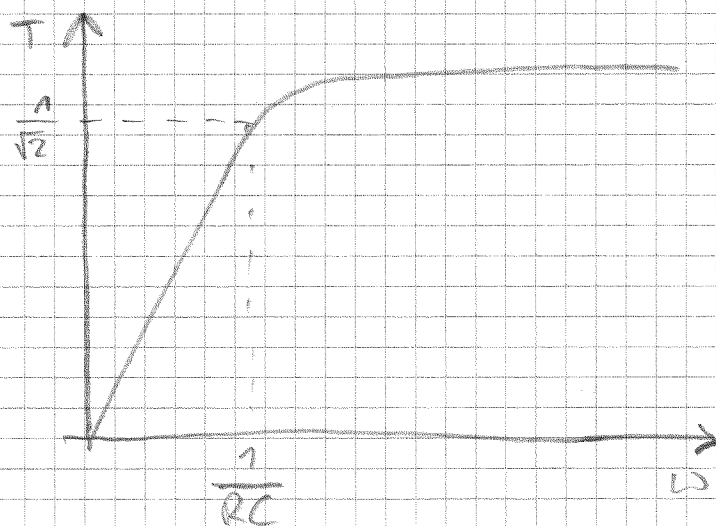
obszar dobrego odczytowania
($U_{ug} \ll U_{ue}$)



$$U_{wy} = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} U_{we} =$$

$$= \frac{i\omega RC}{i\omega RC + 1} U_{we} = \frac{1}{1 - \frac{i}{\omega RC}} U_{we}$$

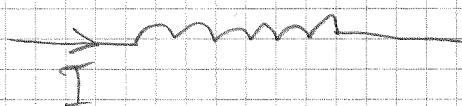
$$T = \left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC} \right)^2}}$$



w skali log-log

Filtr górnoprzepustowy

Indukcyjność



Prawo Faradaya: SEM $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$

Prawo Ampere $\Rightarrow B \sim I \quad \Phi_B \sim I$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \quad (\text{tak jest w polskiej wikipedii})$$

L - indukcyjność

Uwaga - to jest wzór na SEM, w obwodzie zamkniętym musimy je odjąć od spadku napięcia lub postawić po drugiej stronie równanie jak SEM dla źródeł prądu.

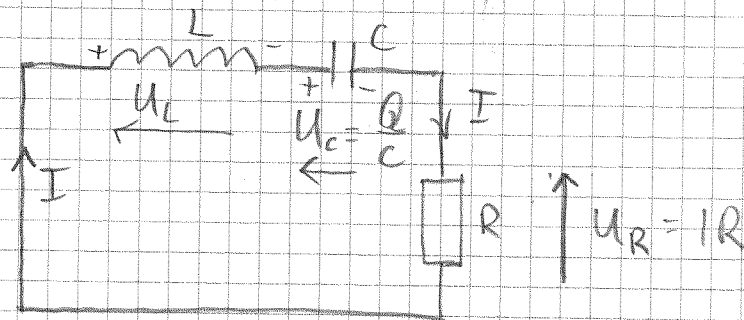
Spadek napięcia na indukcyjności:

$$U_L = L \frac{dI}{dt} \quad \text{dla } I = I_0 e^{i\omega t} : U_L = i\omega L I_0 e^{i\omega t}$$

(tak w angielskiej wikipedii) $U_L = i\omega L I$

$$Z_L = i\omega L$$

Drganie w obwodzie RLC:



$$0 = L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int I(t) dt + IR \quad \text{Różniczkujemy}$$

$$0 = L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{1}{C} I + \frac{dI}{dt} R \quad // : L$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0$$

Szukamy rozwiązania w postaci drgań tłumionych:

$$I = I_0 e^{(i\omega - \gamma)t}$$

$$\frac{dI}{dt} = I_0 (i\omega - \gamma) e^{(i\omega - \gamma)t}$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = I_0 (i\omega - \gamma)^2 e^{(i\omega - \gamma)t}$$

Wstawiamy do równania i dzielimy przez $I_0 e^{(i\omega - \gamma)t}$

$$(i\omega - \gamma)^2 + \frac{R}{L} (i\omega - \gamma) + \frac{1}{LC} = 0$$

$$-\omega^2 - 2i\omega\gamma + \gamma^2 + i\omega \frac{R}{L} - \gamma \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\underbrace{(\gamma^2 - \omega^2 - \gamma \frac{R}{L} + \frac{1}{LC})}_0 + i \underbrace{(\omega \frac{R}{L} - 2\gamma\omega)}_0 = 0$$

$$\omega \left(\frac{R}{L} - 2\gamma \right) = 0$$

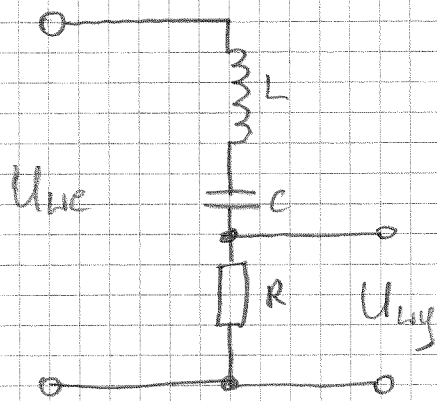
$$\boxed{\gamma = \frac{R}{2L}}$$

$$\frac{R^2}{4L^2} - \omega^2 - \frac{R^2}{2L^2} + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} = \omega_0^2 - \left(\frac{R}{2L} \right)^2$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{R}{2L} \right)^2}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Szeregowy filtr RLC:



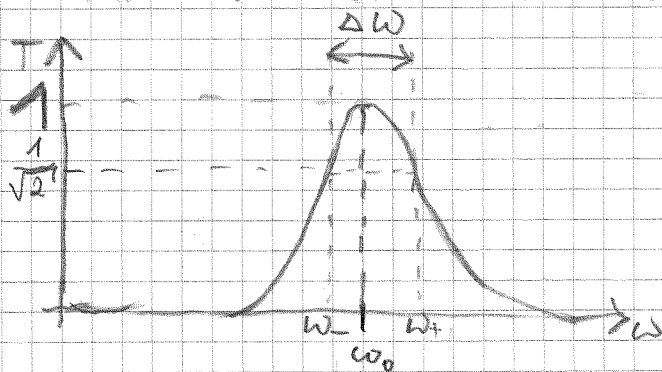
$$U_{we} = U_0 e^{i\omega t}$$

Analizujemy jak dzieki napięcie dla prądów przemiennych:

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L} = \frac{R}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{\omega^2} (\omega_0^2 - \omega^2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{L^2}{R^2 \omega^2} (\omega_0^2 - \omega^2)^2}}$$

Maksimum dla $\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$



Filtr pasmowoprzepustowy
 $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_-$

Obliczenie szerokości pasma:

$$T^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{R^2 \omega_{\pm}^2} (\omega_0^2 - \omega_{\pm}^2)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{R \omega_{\pm}} |\omega_0^2 - \omega_{\pm}^2| = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{R \omega_-} (\omega_0^2 - \omega_-^2) = 1 \\ \frac{1}{R \omega_+} (\omega_+^2 - \omega_0^2) = 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L(\omega_0^2 - \omega_-^2) = R \omega_- \\ L(\omega_+^2 - \omega_0^2) = R \omega_+ \end{array} \right. \quad +$$

$$L(\omega_+^2 - \omega_-^2) = R(\omega_+ + \omega_-)$$

$$L[(\omega_+ + \omega_-)(\omega_+ - \omega_-)] = R(\omega_+ + \omega_-)$$

$$\boxed{\Delta\omega = \omega_+ - \omega_- = \frac{R}{L}}$$

Im większy opór tym
szersze pasmo