



## Ćwiczenie B3

### Obwody RLC

#### Streszczenie

W tym ćwiczeniu zapoznajemy się z właściwościami szeregowego obwodu rezonansowego RLC. Zmierzona zostanie charakterystyka częstotliwościowa obwodu, z wykorzystaniem oscyloskopu i generatora funkcji. Wyznaczona zostanie częstość rezonansowa i szerokość rezonansu. Następnie, z wykorzystaniem oscyloskopu, przeanalizowane zostaną przebiegi czasowe w obwodzie i wyznaczona stała tłumienia.

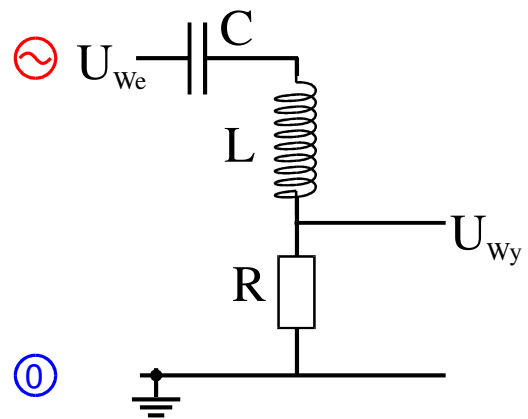
#### Wstęp

Jak sprawdziliśmy na poprzednich zajęciach, kondensatory gromadzą energię w postaci ładunku i pola elektrycznego, natomiast cewki gromadzą energię w postaci prądu elektrycznego i pola magnetycznego. Jeśli połączymy ze sobą kondensator i cewkę, to otrzymamy obwód drgający LC.

W obwodzie LC ładunek wypływający z kondensatora wytwarza prąd w cewce. Gdy kondensator rozładuje się, prąd nadal płynie przez cewkę. Powoduje to ponowne naładowanie się kondensatora, ale z przeciwnym znakiem. Napięcie powstałe na naładowanym kondensatorze powstrzymuje przepływ prądu. W tym momencie cykl zaczyna się od nowa, bo z kondensatora zaczyna wypływać ładunek i wytwarza prąd w cewce.

Dla obwodu złożonego z kondensatora o pojemności  $C$  i cewki o indukcyjności  $L$ , częstość rezonansowa wynosi:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (1)$$



Rys. 1. Szeregowy obwód RLC

Jeżeli w układzie znajduje się opornik, to częstość rezonansowa,  $\omega_R$ , zmieni się nieznacznie,  $\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ , gdzie  $\gamma$  to stała tłumienia,  $\gamma = R/2L$ . Natomiast wzbudzone drgania będą gasły z czasem, zgodnie z następującym równaniem:

$$U(t) = U_0 \exp(-\gamma t) \cos(\omega_R t). \quad (2)$$

Rozkład napięć w szeregowym obwodzie RLC możemy obliczyć traktując go jak dzielnik napięcia. W tej sytuacji transmitancja,  $T(\omega) = \left| \frac{U_{wyj}}{U_{wej}} \right|$ , dana będzie wzorem:

$$T(\omega) = \frac{Z_R}{Z_R + Z_L + Z_C}, \quad (3)$$

Wiemy, że  $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$ ,  $Z_L = i\omega L$  oraz  $Z_R = R$ , gdzie  $i$  jest jednostką urojoną. Zatem możemy obliczyć równanie opisujące stosunek napięć:

$$\frac{U_{wyj}}{U_{wej}} = \frac{R}{1 + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \quad (4)$$

Przekształcając równanie (4) obliczymy transmitancję:

$$T(\omega) = \frac{\omega CR}{\sqrt{(\omega CR)^2 + (1 - \omega^2 LC)^2}} \quad (5)$$

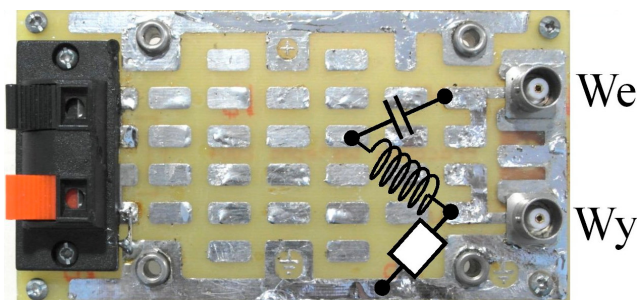
i przesunięcie fazowe:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{1 - \omega^2 LC}{\omega RC}\right). \quad (6)$$

Zauważmy, że dla częstotści rezonansowej wyrażenie  $(1 - \omega^2 LC)$  jest równe zero. Spodziewamy się, zatem, że dla rezonansu otrzymamy pik na wykresie transmitancji, a przesunięcie fazowe będzie zerowe.

## Aparatura

Generator funkcji (DG1000 firmy Rigol), oscyloskop 2 kanałowy, miernik uniwersalny, akcesoria pomocnicze (kable łączeniowe, chwytaki pomiarowe, trójniki rozgałęziające).



Rys. 2. Płytkę montażową z elementami.

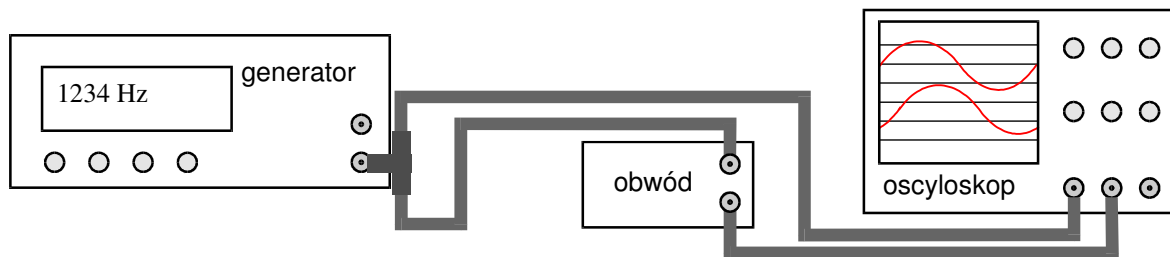
Obwody będą lutowane na płytce drukowanych z zamontowanymi gniazdami BNC (rys. 2).

W ćwiczeniu wykorzystywane będą elementy R, C i L:

- oporniki o opornościach 50 i 510  $\Omega$ ,
- kondensator o pojemności 1 - 10 nF,
- cewka indukcyjna o indukcyjności 2,2 mH.

## Wykonanie ćwiczenia

- 1) Zmontować obwód RLC według schematu jak na rysunku 1, lutując elementy na płytce montażowej według rys. 2. Wykorzystujemy opornik 510  $\Omega$  i otrzymany kondensator.



Rys. 3. Sposób podłączenia badanego obwodu do generatora i oscyloskopu.

- 2) Połączyć zbudowany układ z generatorem i oscyloskopem zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 3.
- 3) Wprowadzić na wejście sygnał sinusoidalny z generatora funkcji.

- 4) Zmierzyć charakterystyki częstotliwościową  $T(f) = \left| \frac{U_{wyj}}{U_{wej}} \right|$  wybranego układu w zakresie

częstości,  $f$ , od 100 Hz do 1 MHz.

A) W każdej dekadzie częstości należy zmierzyć nie mniej niż 3 punkty pomiarowe starając się, aby w skali logarytmicznej były one od siebie w przybliżeniu równoodległe, na przykład: 1 kHz, 2 kHz, 5 kHz, 10 kHz itd.

B) W okolicach częstości rezonansowej należy odpowiednio zagęścić punkty pomiarowe, by uchwycić przejście charakterystyki przez maksimum. Należy zmierzyć punkt dla częstości rezonansowej ( $U_{max}$ ) oraz punkty z dwóch stron maksimum dla napięć odpowiadających połowie mocy ( $U_{max}/\sqrt{2}$ ), czyli częstości połówkowe.

- 5) Na podstawie częstości połówkowych wyznaczyć szerokość piku.

- 6) Zastąpić opornik 510  $\Omega$  opornikiem 50  $\Omega$  i ponownie dokonać pomiarów piku opisanych w punkcie 4B i 5. Należy porównać wartość częstości rezonansowej, szerokość piku i amplitudę maksymalną sygnału wejściowego.

Opracowując wyniki należy dopasować do zmierzonych charakterystyk amplitudowych i fazowych obwodu odpowiednie zależności funkcyjne (równania (5) i (6)). Przedyskutować wartości wyznaczonych częstości rezonansowych i szerokości pasm transmisji, porównać z wartościami obliczonymi na podstawie odpowiednich wzorów. Wyjaśnić zaobserwowane różnice szerokości i amplitudy pomiędzy obwodami z opornikami 50  $\Omega$  i 510  $\Omega$ .

### Badanie oscylacji w obwodzie drgań ładunku

- 7) Przemontować układ zamieniając miejscami opornik ( $R = 50 \Omega$ ) i kondensator.
- 8) Na wejście układu podać sygnał prostokątny o częstości 1 kHz i amplitudzie 5 V. Narastające i opadające zbocza tego sygnału pobudzają w obwodzie drgania gasnące.
- 9) Zapisz obserwowany przebieg w postaci zbioru cyfrowego.

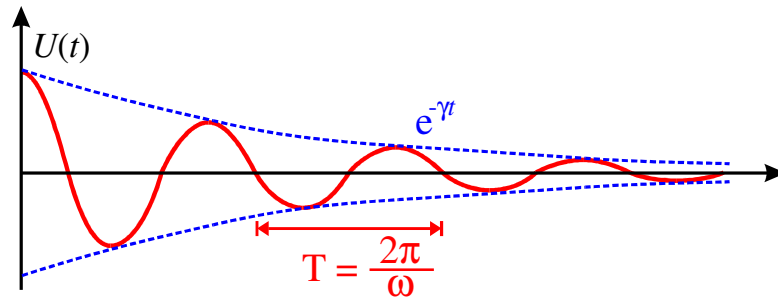
Naciskamy przycisk Storage

Wybieramy format csv

Wybieramy ekran jako źródło danych DataSrc -> screen

Rezygnujemy z parametrów: Param -> off

Zapisujemy: Save -> Disc D -> New File -> OK



Rys. 4. Przebieg sygnału w obwodzie drgającym, tłumionym.

- 10) Na podstawie czasów przejść przez zero, wyznaczyć okres  $T$  i częstość oscylacji  $\omega$ . Czy wyznaczona częstość oscylacji równa jest częstości rezonansowej zmierzonej wcześniej?
- 11) Pisząc raport wykreślić zależność czas - amplituda. Do zarejestrowanej zależności amplitudy od czasu dopasować funkcję daną równaniem (2) i wyznaczyć stałą tłumienia oscylacji  $\gamma$ . Najlepiej użyć metody opisanej w "Dodatku".
- 12) Wyznaczyć pojemność kondensatora:
- Na podstawie wyznaczonej w punkcie 4) częstości rezonansowej i wzoru (1).
  - Na podstawie wyznaczonych wartości stałej tłumienia  $\gamma$  i częstości oscylacji  $\omega$ . Dla poprawnej interpretacji wyników należy uwzględnić rezystancję wyjściową generatora ( $50 \Omega$ ) i opór wewnętrzny cewki ( $24 \Omega$ ).
- Która metoda pozwala uzyskać wynik bardziej dokładny?

#### Dodatek: Dopasowanie równania (2) do danych doświadczalnych.

- Miejsca zerowe szukanej funkcji wyznaczone są przez miejsca zerowe funkcji cosinus. Okres tej funkcji  $T$  (a dzięki temu i częstość  $\omega$ ) znajdujemy więc jako podwojoną średnią arytmetyczną z odległości czasowych między kolejnymi miejscami zerowymi.
- Tworzymy pomocniczy wykres (współrzędne: czas – napięcie; oś napięciowa - logarytmiczna) dla bezwzględnych wartości zarejestrowanych maksimów i minimów,  $U_n$ . Punkty doświadczalne ułożą się wzdłuż prostej:

$$\log(U_n) = -\gamma T n/2 + \log(U_0).$$

Należy dopasować prostą  $\alpha n + \beta$ , do punktów doświadczalnych, znajdując współczynniki  $\alpha$  i  $\beta$ , a następnie wyznaczyć z nich współczynnik tłumienia  $\gamma = 2\alpha/T$  i napięcie  $U_0 = \exp(\beta)$ .

#### Literatura

- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, PWN 2005 tom 3
- E.M. Purcell "Elektryczność i magnetyzm" - kurs berkeleyowski, Rozdział 8 - Obwody prądu zmiennego

Wersja z 30 III 2020, K. Korona

(na podst. materiałów z Prac. Fiz. i Elektronicznej, WF UW)