



Ćwiczenie A1

Zależności prąd-napięcie (I-V).

Streszczenie

W ramach tego ćwiczenia badane są podstawowe prawa dotyczące elektryczności oraz zapoznajemy się z oprogramowaniem do sporządzania wykresów naukowych. W czasie zajęć wykonana będzie seria pomiarów prądu, I , płynącego przez przewodnik elektryczny w funkcji napięcia, U , panującego między końcami tego przewodnika, a następnie sprawdzona zostanie słuszność prawa Ohma dla przewodnika (opornika elektrycznego) oraz odstępstwa od tego prawa dla świecącej żarówki. W raporcie, wyniki pomiarów $I(U)$, będą przedstawiane na wykresach. Następnie do punktów pomiarowych na wykresach zostaną dopasowane funkcje najlepiej opisujące wyniki pomiaru. Na ich podstawie zostanie wyznaczona wartość oporu elektrycznego mierzonego opornika oraz wykładnik funkcji potęgowej $I = U^p$ dla żarówki.

Wstęp

Zgodnie z prawem Ohma różnica potencjałów, czyli napięcie elektryczne U , między dwoma końcami przewodnika jest proporcjonalne do natężenia, I , prądu płynącego przez przewodnik, czyli

$$U = R \cdot I, \quad (1)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności R zwany jest oporem przewodnika. Jednostką oporu w układzie SI jest 1 Om (1 Ω). Opór na ogół zależy od temperatury, może też zależeć od oświetlenia i innych parametrów. W przypadku półprzewodników opór maleje z temperaturą, a w przypadku metali rośnie. W wielu przypadkach możemy założyć, że wzrost oporu $\Delta R = R - R_0$ proporcjonalny jest do wzrostu temperatury $\Delta T = T - T_0$:

$$\Delta R = \alpha \Delta T R_0, \quad (2)$$

gdzie α to temperaturowy współczynnik oporu, T_0 - temperatura odniesienia, $R_0 = R(T_0)$. Wrażliwość oporu na temperaturę nieco komplikuje przewidywania zależności pomiędzy prądem, a napięciem, bo przepływ prądu powoduje wydzielanie się mocy $P = I \cdot U$, a więc grzanie elementu przewodzącego prąd. Na ogół pomijamy ten efekt. Nie sposób jednak nim zapomnieć w przypadku żarówki, która rozgrzewa się przecież do białości. Jednak w przypadku ciał, które tracą ciepło głównie przez promieniowanie wiemy z prawa Stefana-Boltzmana, że $P = \sigma S T^4$ (σ - stała Stefana-Boltzmana, S - powierzchnia włókna). Zakładając, że temperatura zależy tylko od równowagi mocy dostarczanej przez prąd i wypromieniowanej oraz upraszczając równanie (2) do postaci linowej $R = aT = U/I$, otrzymamy zależność $I \cdot U = \sigma S (U/aI)^4$, a z tego:

$$I = c U^{3/5}, \quad (3)$$

gdzie c jest współczynnikiem proporcjonalności. Skorzystaliśmy tu z pewnych przybliżeń. Na zajęciach sprawdzimy czy zależność otrzymana w doświadczeniu rzeczywiście da się opisać funkcją potęgową.

Układ pomiarowy

Do dyspozycji mamy:

- mierniki uniwersalne;
- regulowany zasilacz napięcia stałego;
- płytkę drukowaną z gniazdami służącą do połączenia obwodu;
- przewody łączeniowe z wtyczkami i zworki do płytki;
- oporniki o oporach około $1\text{ k}\Omega$,
- żarówka na napięcie 14 V , natężenie prądu 40 mA ,



Rys. 1. Przenośny miernik służy m.in. do pomiaru napięcia stałego lub zmiennego, natężenia prądu stałego lub zmiennego oraz oporu elektrycznego. Cztery gniazdka u dołu służą do podłączania miernika do obwodu pomiarowego. Do pomiaru napięcia i oporu wykorzystuje się gniazdka COM (wspólne) i ΩV , do pomiaru natężenia prądu rzędu miliamperów - gniazdka COM i mA, a dla dużych prądów - gniazdka COM oraz A.

Uwaga! Przy pomiarach natężeń należy zachować dużą ostrożność. Amperomierz łatwo ulega uszkodzeniu.

Niepewności pomiarowe miernika

Na zajęciach posługiwać się będziemy między innymi multimetrem przenośnym Brymen 805.

W tabelach 1 - 3 (poniżej) przedstawione są parametry dotyczące pomiarów natężenia prądu stałego, napięcia stałego i oporu dla wykorzystywanego przez nas miernika uniwersalnego Brymen 805 (w temperaturze $23^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$, wilgotności względnej poniżej 75% i miejscu użycia miernika poniżej 2000 m nad poziomem morza – wpływ ciśnienia).

Tabela 1. Dokładność dla pomiarów natężenia prądu stałego.

zakres	dokładność:
400.0 μA	2,0% + 5c
4000 μA	1,2% + 3c
40.00 mA	2,0% + 5c
400.0 mA	1,2% + 3c
4.000 A	2,0% + 5c
10.00 A	1,2% + 3c

Tabela 2. Dokładność dla pomiarów napięcia stałego (DC).

zakres	dokładność:
400.0 mV	0,3% + 4c
4.000 V; 40.00 V; 400.0 V	0,5% + 3c
1000 V	1,0% + 4c

Tabela 3. Dokładność dla pomiarów oporu.

zakres	dokładność:
400.0 Ω	0,8% + 6c
4.000 k Ω ; 40.00 k Ω ; 400.0 k Ω	0,6% + 4c
4.000 M Ω	1,0% + 4c
40.00 M Ω	2,0% + 4c

Aktualny zakres pomiarowy miernika rozpoznajemy po formacie liczbowym wyświetlanego wyniku. Wielkość Δ – dopuszczalny błąd graniczny wskazania miernika na danym zakresie pomiarowym, wyznacza się na podstawie wzoru:

$$\Delta = w \cdot x + n \cdot c, \quad (4)$$

gdzie kolejne dwa składniki oznaczają:

$w \cdot x$ - niepewność procentowa dla wskazywanej przez przyrząd wartości x . Wartość w odczytujemy z powyższych tabeli dla użytego zakresu pomiarowego miernika.

$n \cdot c$ – dokładność cyfrowa określana jako liczba n pojedynczych cyfr na najmniej znaczącej pozycji c wyświetlanej na mierniku. Zależy ona od wybranego zakresu pomiarowego i jakości miernika (przetwornika analogowo-cyfrowego A/C w mierniku), a nie zależy od wartości pomiaru.

Przy tak określonym błędzie granicznym, odchylenie standardowe wynosi $\sigma = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$.

Przykład

Jeśli producent podaje dokładność 0,5% na wybranym zakresie pomiarowym, to dla wskazania $x = 30,00 \text{ V}$ otrzymujemy niepewność procentową $w \cdot x = 0,005 \cdot 30,00 \text{ V} = 0,15 \text{ V}$.

Jeśli producent podaje, że na zakresie pomiarowym 40,00 V DC dokładność cyfrowa wynosi 3c, to znaczy, że wartość dokładna może się różnić maksymalnie dodatkowo o $\pm 0,03 \text{ V}$ od odczytanej wartości (pojedyncza cyfra na najmniej znaczącej pozycji odczytu 40,00 V to 0,01 V). Sumując obie wartości otrzymamy dopuszczalny błąd graniczny Δ pomiaru przy wskazaniu 30 V równy: $\Delta = 0,15 \text{ V} + 0,03 \text{ V} = 0,18 \text{ V}$ (co stanowi 0,6% pomiaru) dla zakresu 40,00 V DC. Jeżeli użyjemy zbyt dużego zakresu miernika, np. 400,0 V, to otrzymamy 10 razy większy cyfrowy błąd graniczny = 0,3 V. Należy, więc mierzyć na najkorzystniejszym zakresie miernika.

Niepewności pomiarowe sumy i iloczynu.

1) W przypadku sumy (lub różnicy) zmiennych $x_1 + x_2$, o niewielkich niepewnościach σ_1 i σ_2 , niepewność wypadkowa wynosi w przybliżeniu σ .

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2. \quad (5).$$

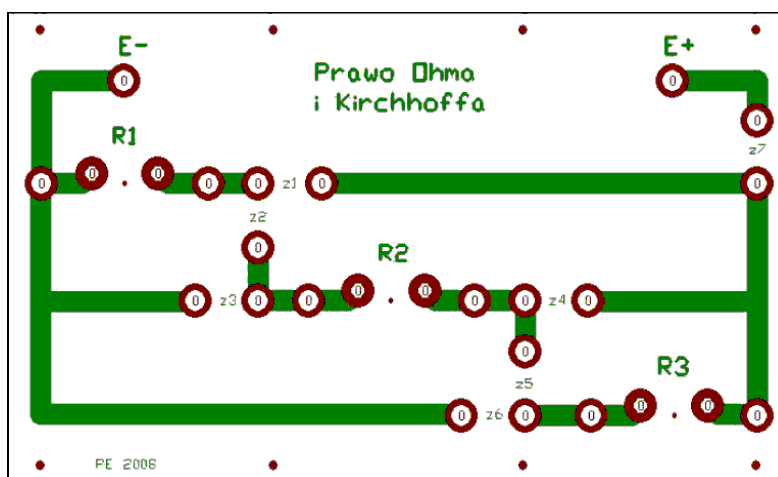
2) W przypadku iloczynu (lub ilorazu) zmiennych, $y = x_1 \cdot x_2$, małych wartości względnych odchyleń σ/x , możemy użyć przybliżenia:

$$\frac{\sigma}{y} = \frac{\sigma_1}{x_1} + \frac{\sigma_2}{x_2}, \quad (6)$$

czyli dla iloczynu zmiennych, niepewność względna wyniku jest w przybliżeniu sumą niepewności względnych zmiennych. Identyczny wzór otrzymamy w przypadku ilorazu.

Wykonanie ćwiczenia

1. Korzystając z omomierza zmierz opory otrzymanych oporników. Zapisujemy wynik i jego niepewność.
2. Korzystając z woltomierza napięcia stałego zmierz napięcie uzyskiwane z regulowanego zasilacza stałego napięcia i zobacz, w jakim zakresie może być zmieniane napięcie wyjściowe z zasilacza.



Rys. 2. Widok płytki drukowanej do badania prawa Ohma. Punkty E- oraz E+ to miejsce przyłączenia zasilania. Przerwa w obwodzie, zaznaczona jako R2, to miejsca, gdzie można wpiąć opornik, przerwy z3 do z4 należy zamknąć zworkami, zaś przerwa z7 służy do wpinania amperomierza.

3. Przy użyciu kabli z końcówkami „bananowymi”, otrzymanej płytki montażowej (rys. 2) oraz zworek, podłącz opornik do wyjścia zasilacza.
4. Podłącz do obwodu szeregowo amperomierz i równolegle do opornika woltomierz. Następnie zmierz napięcie U i natężenie prądu płynącego przez opornik, I .

Uwaga: Przed podłączeniem mierników ustaw odpowiednio przełączniki obrotowe i wybierz odpowiednie gniazdka podłączeniowe w miernikach. Pamiętaj, że omyłkowe podłączenie amperomierza równolegle do źródła napięcia powoduje uszkodzenie amperomierza. Zawsze odłączaj miernik od obwodu przed planowaną zmianą ustawienia miernika woltomierz – amperomierz !

- a) Na podstawie pomiarów U i I oblicz opór (wzór 1) i porównaj z wynikiem z punktu 1.
- b) Zanotuj niepewności pomiarowe napięcia i natężenia i oblicz niepewność uzyskanego oporu (wzór 6).

5. Zanotuj schemat układu pomiarowego. Na następne zajęcia trzeba będzie przygotować na komputerze rysunek przedstawiający ten schemat.

6. Każdy student powinien wybrać jeden opornik i przeprowadzić pomiary z punktu 4. dla kilkunastu różnych napięć zasilania (zakres 0 - 9 V).

7. Przedstaw (np. w programie Scidavis - freeware dostępny na <http://scidavis.sourceforge.net/>, w Originie, w Pythonie itp.) wyniki pomiaru na wykresie $I = f(U)$ gdzie: U – napięcie mierzone na oporniku, I – prąd płynący przez opornik.

Czy punkty pomiarowe układają się wzdłuż linii prostej?

Wyznacz równanie prostej, $y = a \cdot x + b$, dopasowanej do punktów pomiarowych metodą najmniejszych kwadratów. Można, na przykład, korzystać z funkcji 'Analysis'; 'Quick Fit'; 'Fit Linear'; programu Scidavis. Współczynnik a dopasowanej prostej odpowiada odwrotności oporu opornika $R = 1/a$. Porównaj tę wartość ze zmierzoną omomierzem (punkt 1) oraz obliczoną z pomiaru napięcia i natężenia (punkt 4). Procedura dopasowująca zazwyczaj podaje niepewność dopasowania na podstawie rozrzutu punktów pomiarowych. Porównaj tę niepewność z niepewnościami z punktów 1 i 4.

8. Podobne pomiary zależności $I(U)$ przeprowadź dla żarówki. Zaczynj zasilac żarówkę od napięć około 0,1 V, zwiększaj napięcie zasilające kolejno o ok. 0,1 V do wartości ok. 2 V, a następnie o ok. 0,5 – 1 V do napięcia ok. 10 V.

Ważna uwaga: Nie przekrocz napięcia maksymalnego dozwolonego dla żarówki podanego przez osobę prowadzącą ćwiczenie, aby nie spalić żarówki (14 V w naszym przypadku, dla ok. 10 V żarówka już mocno świeci).

9. Przedstaw na wykresie punkty pomiarowe $I(U)$, dla żarówki. Czy układają się one na linii prostej?

10. Aby przyjrzeć się dokładniej zależności $I(U)$, zmierzonej dla żarówki wykonamy wykres logarytmu natężenia prądu w funkcji logarytmu napięcia.

Czy teraz punkty leżą w przybliżeniu na prostej?

11. Jeżeli zlogarytmujemy stronami równanie (3) i podstawimy $y = \log(I/I_1)$ oraz $x = \log(U/U_1)$, to otrzymamy zależność liniową:

$$y = \frac{3}{5}x + b, \quad (7)$$

gdzie b jest stałą. W naszym przypadku $U_1 = 1$ V, $I_1 = 1$ mA. Należy tutaj zauważyć, że dowolna funkcja potęgowa, $f(r) = ar^p$, narysowana w skali log-log, będzie przedstawiała prostą, $y = px + b$, której współczynnik nachylenia będzie równy wykładnikowi p .

Zatem, aby sprawdzić przedstawioną teorię, dopasuj linię prostą do punktów $\log(I)$ w funkcji $\log(U)$. Otrzymany współczynnik nachylenia porównaj z teoretyczną wartością $3/5$.

Na następne zajęcia należy przynieść schemat układu pomiarowego i wykresy pomiarów z tego ćwiczenia z dopasowaniami funkcji, aby omówić je z prowadzącym przed wykonaniem sprawozdania z obwodów prądu stałego.

*Wersja z dnia 17 III 2024, K. Korona
(na podst. materiałów z Prac. Fiz. i Elektronicznej, WF UW)*