



Wydział Fizyki UW

Pracownia fizyczna i elektroniczna (w tym komputerowa)
dla Inżynierii Nanostruktur (1100-1INZ27)
oraz Energetyki i Chemii Jądrowej (1100-1ENPRFIZELEK2)

Ćwiczenie B1

Filtry RC i RL

Streszczenie

W ramach tego ćwiczenia poznamy własności i zastosowanie kondensatora oraz cewki indukcyjnej, ich zachowania i rolę w obwodach prądu zmiennego. Zbadamy też własności najprostszych obwodów prądu zmiennego na przykładzie filtrów RC i RL czyli filtru dolnoprzepustowego i górnoprzepustowego. Wykonamy pomiary charakterystyk częstotliwościowych takich filtrów. Można będzie zaobserwować, że obwody z kondensatorem lub cewką indukcyjną mają własności układów całkujących lub różniczkujących sygnały elektryczne. Od strony przyrządów pomiarowych zaczynamy poznawać techniki pomiarów sygnałów elektrycznych zmiennych w czasie, wykorzystując oscyloskop i generator funkcji (źródło napięcie zmiennych) o różnych programowanych kształtach sygnałów.

Wstęp

Sygnałem elektrycznym będziemy ogólnie nazywać napięcie elektryczne zmienne w czasie lub natężenie prądu zmienne w czasie. Zmienność w czasie może mieć postać przebiegów okresowych o ustalonych parametrach (przykładem jest zmienność sinusoidalna, albo o kształcie impulsowym lub trójkątnym - ale mogą być też inne o dowolnym kształcie w funkcji czasu. W tym ćwiczeniu będziemy zajmować się przebiegami okresowymi o kształcie prostokątnym, trójkątnym i sinusoidalnym. Sygnały mogą również być nieperiodyczne w czasie - takie są używane np. do kodowania i przesyłania informacji. Napięcia lub prądy zmienne w czasie nazywamy krótko napięciem zmiennym lub prądem zmiennym.

Kondensator to element elektroniczny, który może gromadzić ładunek elektryczny. Naładowany kondensator posiada energię elektryczną związaną z polem elektrycznym wytworzonym między ładunkami elektrycznymi o przeciwnym znaku zgromadzonymi na okładkach kondensatora. Energia pola elektrycznego jest proporcjonalna do kwadratu natężenia pola elektrycznego i objętości, w której to pole istnieje. Kondensator nie umożliwia przepływu stałego prądu elektrycznego w sposób trwały, ale mogą do niego płynąć prądy ładowania i rozładowania kondensatora, zmienne w czasie. Zakładamy, że w dowolnej chwili czasu napięcie $U_C(t)$ między okładkami kondensatora jest związane z ładunkiem zgromadzonym na kondensatorze, $Q(t)$, wzorem $U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$, gdzie stała C jest nazywana pojemnością kondensatora (jednostka: 1 farad, $F = As/V$) i zależy od jego wewnętrznej budowy. Różniczkując tę zależność widać, że prąd ładowania kondensatora jest dany pochodną napięcia po czasie:

$$I_C(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C \frac{dU_C(t)}{dt} \quad (1)$$

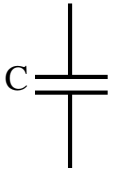
Z powyższego wzoru widać także, że przykładanie do kondensatora napięcia zmiennego w czasie wywoła przepływ prądu.

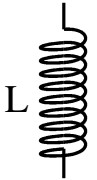
Cewka indukcyjna to element elektroniczny, który wytwarza pole magnetyczne, gdy płynie przez nią prąd elektryczny. Cewka indukcyjna zwykle jest wykonana z wielu zwojów przewodnika, zatem może przez nią płynąć prąd stały albo zmienny. Cewka gromadzi energię elektryczną pod postacią pola magnetycznego. Michael Faraday sformułował prawo mówiące, że zmiany w czasie strumienia magnetycznego cewki, a więc zmiany natężenia prądu płynącego przez cewkę, wywołują powstanie napięcia elektrycznego między końcówkami tej cewki:

$$U_L(t) = L \frac{dI_L(t)}{dt}, \quad (2)$$

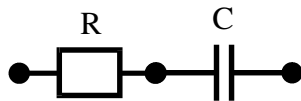
gdzie L jest indukcyjnością cewki (jednostka: 1 henr, $H = Vs/A$) i jest stałym parametrem zależnym od budowy cewki.

Jeżeli do obwodu zawierającego opornik, cewkę lub kondensator podłączymy napięcie przemienne (opisane funkcją sinus), to zależność pomiędzy prądem a napięciem będziemy mogli opisać przy pomocy impedancji Z , analogicznie jak w prawie Ohma, $U = Z \cdot I$. Przy czym w równaniu tym wszystkie wielkości fizyczne opisane są liczbami zespolonymi. W przypadku opornika impedancja równa się oporowi $Z_R = R$, natomiast dla kondensatora i cewki zależy od częstości kołowej ω :

Symbol kondensatora:		Impedancja kondensatora: $Z_C = \frac{1}{i\omega C}.$	(3)
----------------------	--	---	-----

Symbol cewki:		Impedancja cewki: $Z_L = i\omega L.$	(4)
---------------	---	--------------------------------------	-----

Impedancja ma podobne właściwości jak opór, a więc używając impedancji można, na przykład, stosować wzory na sumowanie oporów.



Rys. 1. Obwód złożony z opornika i kondensatora.

Jeżeli chcemy obliczyć impedancję układu przedstawionego na rysunku 1, wystarczy zsumować impedancje opornika i kondensatora:

$$Z = R + \frac{1}{i\omega C}. \quad (5)$$

Oczywiście Z jest liczbą zespoloną, dla której można podać wartość bezwzględna i fazę. Wartość bezwzględną impedancji nazywamy zawadą. Dla powyższego obwodu wynosi: $|Z| = \sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2} + R^2}$. Natomiast faza w tym przypadku dana jest wzorem: $\text{tg}(\varphi) = -\frac{1}{\omega CR}$.

Zauważmy, że w układzie tym pojawiła się wielkość RC będąca iloczynem oporu i pojemności. Analiza wymiarowa pokazuje, że $\text{om} \times \text{farad}$ daje sekundę, a więc RC ma wymiar czasu. Wielkość $\tau = RC$ nazywamy stałą czasową RC takiego układu.

Aparatura

W niniejszym ćwiczeniu będziemy budować proste obwody złożone ze źródła napięcia zmiennego (generatora funkcji) oraz kondensatora i opornika, lub cewki indukcyjnej i opornika. Do obserwacji i pomiarów napięć zmiennych będziemy wykorzystywać oscyloskop.

Generator funkcyjny



Rys. 2. Generator funkcyjny używany na pracowni, pracujący do 20 MHz.

Generator funkcyjny (patrz rys. 2) jest źródłem napięcia zmiennego, w którym kształt przebiegu napięcia (w funkcji czasu) i parametry tego kształtu można zadawać lub programować. Najpowszechniej używane kształty napięć wyjściowych to: sinusoida, prostokąt i trójkąt. Parametry sygnału wyjściowego podlegające wyborowi to: okres zmian [s] lub jego odwrotność - częstotliwość [$\text{Hz} = 1/\text{s}$], napięcie międzyszczytowe (pik-pik) równe różnicy wartości między najniższą i najwyższą wartością napięcia w ciągu okresu zmian, lub alternatywnie amplituda zmian (połowa różnicy między wartością najniższą i najwyższą napięcia w ciągu okresu zmian, oraz offset - czyli napięcie stałe, wokół którego drga zmienna część napięcia wyjściowego. Generatory cyfrowe DG1000 wykorzystywane w Pracowni Elektronicznej mają możliwość programowania albo amplitudy i offsetu, albo wartości najmniejszej i największej napięcia w ciągu okresu drgań. Oprócz tych podstawowych definiowanych parametrów napięcia wyjściowego generatory mogą posiadać jeszcze wiele innych możliwości ustawień. Generatory funkcji mają wyjścia o oporze 50Ω , w postaci gniazd BNC.

Oscyloskop

Oscyloskop to narzędzie pomiarowe pozwalające obserwować graficznie na ekranie napięcia zmiennie, jako funkcje czasu i mierzyć ich parametry. Obecnie najpowszechniej wykorzystuje się oscyloskopy cyfrowe, to znaczy takie, które zamieniają zmienny w czasie sygnał napięciowy wejściowy na dane cyfrowe, przetwarzają je specjalizowanym układem cyfrowym i wyświetlają na monitorze. Dawniej oscyloskopy były zbudowane z lampy elektronowej (oscyloskopowej) wyświetlającej ślad wiązki elektronowej na ekranie pokrytym luminoforem (substancją świecącą

pod wpływem wiązki elektronów), w którym wiązka elektronów przed dotarciem do luminoforu ekranu była odchylana w kierunkach poziomym i pionowym, proporcjonalnie do napięcia wejściowego oscyloskopu. Wiele stosowanych nazw i sposobów pracy obecnych oscyloskopów cyfrowych jest podobne, jak w dawnych oscyloskopach z lampą elektronową.

W oscyloskopie plamka (kiedyś ślad wiązki elektronowej) przesuwana się w kierunku poziomym sterowana przez układ „podstawy czasu”, długość okresu czasu pełnego przelotu plamki przez ekran nazywa się podstawą czasu i może być regulowana. Skala czasu jest podawana w jednostkach czasu na działkę skali widocznej na ekranie, np. jako s/dz, ms/dz lub $\mu\text{s}/\text{dz}$. Oscyloskop umożliwia regulowanie wzmocnienia w kierunku pionowym (jednostki $\text{V}/\text{dz} = \text{V}/\text{działkę ekranu}$), czyli przesunięcie plamki na ekranie odpowiadające np. 1 V napięcia wejściowego. Oscyloskop wielokanałowy posiada niezależne tory pomiarowe napięć wejściowych, czyli rysuje niezależnie sterowane napięciami wejściowymi linie na ekranie.

Oscyloskop może pracować w modzie Y-T (plamka w kierunku poziomym przebiega z okresem czasu zadany przez ustawienie podstawy czasu, a w kierunku pionowym jest odchylana napięciem wejściowym jednego z kanałów wejściowych), lub w modzie X-Y, w którym plamka w obu kierunkach jest sterowana napięciami wejściowymi z dwu kanałów. W tym ćwiczeniu korzystamy tylko z modu Y-T.

W oscyloskopie wielokanałowym kanały wejściowe mają wspólną masę, czyli zewnętrzną elektrodę gniazd BNC. Takie połączenie kanałów wspólną masą powoduje, że mierzone mogą być jedynie napięcia na tych gałęziach obwodu elektrycznego, które mają punkt wspólny.

Wykonanie ćwiczenia

W pomiarach będziemy wykorzystywać: generator funkcji, oscyloskop wielokanałowy, miernik uniwersalny, akcesoria pomocnicze (kable łączeniowe, chwytaki pomiarowe, trójniki rozgałęziające).



Rys. 3. Widok płytki drukowanej do łączenia obwodów zmiennoprądowych. Do podłączania generatora i oscyloskopu należy używać przewodów BNC.

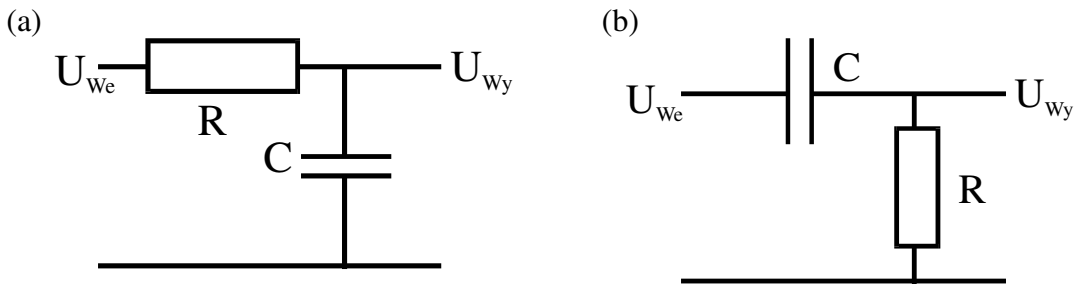
Obwody elektryczne będziemy lutować na płytkach drukowanych z gniazdami BNC.

W ćwiczeniu wykorzystywane będą elementy R, C i L:

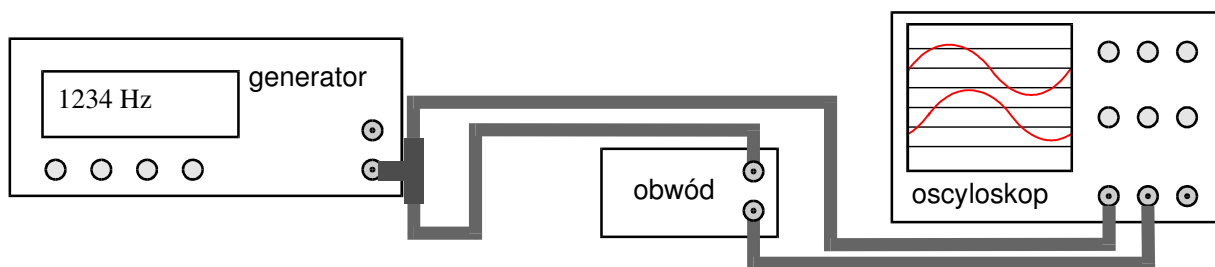
- oporniki o opornościach z zakresu $\text{k}\Omega$, w tym 1 $\text{k}\Omega$,
- kondensator o pojemności 100 nF,
- cewka indukcyjna o indukcyjności 2,2 mH.

- 1) Wybierz opornik z zakresu $\text{k}\Omega$ (niekoniecznie 1 $\text{k}\Omega$) i policz stałą czasową RC ($\tau = RC$ [s]) dla tego opornika i kondensatora C = 100 nF. Będziemy chcieli porównać czas ustalania się

napięcia na kondensatorze ze stałą czasową RC obwodu. W obliczeniach można uwzględnić impedancję wyjściową generatora, która wynosi $50\ \Omega$.



Rys. 4. Obwody RC, które będą badane na zajęciach a) układ całkujący (b) układ różniczkujący.



Rys. 5. Sposób podłączenia badanego obwodu do generatora i oscyloskopu.

- 2) Zbuduj na płytce łączeniowej obwód z kondensatorem i opornikiem, jak na rys. 4a.
- 3) Podłącz obwód z rys. 4a do generatora i oscyloskopu według rysunku 5.
W obu obwodach przedstawionych na rysunku 4, do wejścia podłączamy napięcie zmienne z generatora. W obwodzie (a) na wyjściu mierzone będzie oscyloskopem napięcie panujące na kondensatorze w czasie jego ładowania i rozładowania. W obwodzie (b) na wyjściu mierzone będzie napięcie na oporniku, które jest w każdej chwili proporcjonalne do prądu ładowania kondensatora. W układzie (b) opornik pełni dwie funkcje: (1) podobnie, jak w układzie (a) ogranicza napięcie panujące na kondensatorze przy danym napięciu z generatora, bo odkłada się na oporniku napięcie $U_R = I \cdot R$, czyli napięcie na kondensatorze wynosi: $U_C(t) = U_{gen}(t) - I(t) \cdot R$, oraz (2) służy jako czujnik pomiarowy prądu $I(t)$, bo napięcie mierzone na tym oporniku jest proporcjonalne do prądu ładowania kondensatora.
- 4) Ustaw na generatorze przebieg prostokątny o amplitudzie 5 V i częstotliwości 20-krotnie mniejszej niż odwrotność stałej RC obliczonej w punkcie 1).
- 5) Używając dwu kanałów oscyloskopu zaobserwuj przebieg napięcia kondensatora w porównaniu do napięcia z generatora. Zapisz obserwowany przebieg w postaci zbioru cyfrowego.
Naciskamy przycisk *Storage*
Wybieramy format *csv*
Wybieramy ekran jako źródło danych *DataSrc -> screen*
Rezygnujemy z parametrów: *Param -> off*
Zapisujemy: *Save -> Disc D -> New File -> OK*
- 6) Zwiększ częstotliwość sygnału z generatora do wartości w przybliżeniu równej $f = 5/RC$. Porównaj sygnały wejściowe i wyjściowe dla sygnałów prostokątnego, sinusoidalnego, trójkątnego i szumu. Szum uzyskujemy z generatora przyciskiem 'Noise'. Przerysuj

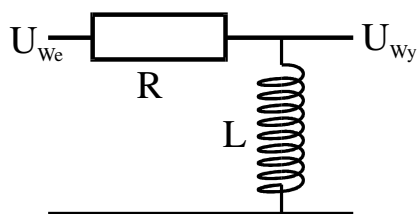
schematycznie lub zrób zdjęcie mierzonych przebiegów napięcia i wyjaśnij skąd pochodzi taki kształt. Czy ma on cechy całkowania w czasie napięcia wejściowego? Czy szum na wyjściu jest taki sam, jak na wejściu?

- 7) Ustaw na generatorze przebieg sinusoidalny i wykonaj oscyloskopem pomiar amplitud sygnału wejściowego i wyjściowego oraz przesunięcia fazowego między napięciem wyjściowym i wejściowym, wykorzystując funkcje **Measure** oraz **Cursor** oscyloskopu.

- 8) Zmierz charakterystyki częstotliwościową $T(f) = \left| \frac{U_{wyj}(f)}{U_{wej}(f)} \right|$ i fazową $\varphi(f)$ wybranego układu

w zakresie częstotliwości, f , od 50 Hz do 200 kHz. Punkty pomiarowe na skali częstotliwości wybieramy w tych samych położeniach w każdej dekadzie np. 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, itd. Pomiarów napięć wykonujemy przez ustawienie oscyloskopu w modzie pomiarowym **Measure**. Wyznacz częstotliwość graniczną pasma przenoszenia, f_g , czyli taką, przy której transmitancja filtra spada do $\frac{1}{\sqrt{2}}$ maksymalnej wartości.

- 9) Zbuduj na płytce łączeniowej obwód różniczkujący z cewką i opornikiem, jak na rys. 6. (Wystarczy zamienić kondensator na cewkę.)



Rys. 6. Obwód filtru RL.

- 10) Zmierz charakterystykę częstotliwościową $T(f)$, jak w punkcie 8). Czy jest to filtr dolno- czy górno-przepustowy?
- 11) Na układzie z cewką (na częstości ok. 5 kHz) lub na układzie RC wykonanym według rys. 2b (na częstości 100 Hz), obejrzyj przebiegi sinusoidalny i trójkątny podobnie, jak w punkcie 6). Czy napięcie to ma cechy różniczkowania napięcia podawanego na wejście układu? Uwaga, cewka ma pewną pojemność pasożytniczą i przebieg nie jest idealny.

W raporcie:

Określ czy badany układ jest filtrem częstotliwościowym dolno- czy górno-przepustowym. Dopasuj do zmierzonych charakterystyk częstotliwościowych i fazowych wyniki transmitancji policzonej teoretycznie dla zbudowanego obwodu RC lub RL z wykorzystaniem impedancji zespolonych. Czyli przedstaw na wspólnym wykresie wyniki pomiarów i wyniki obliczeń teoretycznych (zależności transmitancji lub przesunięcia fazowego od częstotliwości). Skalę częstotliwości narysuj jako logarytmiczną.

W obliczeniach układy przedstawione na rys. 4 i 5 traktujemy jak dzielniki napięcia, w których jako impedancje elementów obliczamy na podstawie równań (3) i (4) oraz $Z_R = R$. Przykładowo napięcie na wyjściu filtru z rysunku 4a wynosi: $U_{wy} = U_{we} Z_C / (R + Z_C)$, a więc stosunek napięć wyniesie:

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{1}{1 + i\omega RC} \quad (6)$$

Transmitancja, będąca wartością bezwzględną stosunku napięć, wynosi:

$$T(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}, \quad (7)$$

a przesunięcie fazowe obliczamy jako argument liczby zespolonej z równania (6):

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega RC). \quad (8)$$

Podstawowym parametrem decydującym o kształcie widma transmisji jest wartość RC . Dla badanych filtrów oczekujemy, że dla częstotliwości granicznej $f_g = 1/(2\pi RC)$ transmitancja spada do $\frac{1}{\sqrt{2}}$ maksymalnej wartości. Częstotliwość graniczną wyznaczamy w trakcie ćwiczenia, zatem możemy teraz łatwo obliczyć stałą RC i przedstawić całe widmo transmisji.

W przypadku obwodu RL z rys. 6, stała czasowa $\tau = L/R$, a wzory na U_{wy} i T mają postać:

$$\frac{U_{wy}}{U_{we}} = \frac{i\omega L}{R + i\omega L}, \quad T(\omega) = \frac{\omega^2 L^2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad (9a,b)$$

częstotliwość graniczna $f_g = R/2\pi L$, natomiast przesunięcie fazowe:

$$\varphi(\omega) = \arctg(R/\omega L). \quad (10)$$

Wynik obliczeń transmitancji zespolonej należy narysować na wspólnym wykresie z punktami z pomiarów. Można to zrobić w programie Scidavis poprzez nową funkcję dodaną do wykresu (z menu **Graph --> Add Function..**) lub poprzez stabelaryzowanie funkcji, czyli obliczenie wartości funkcji w nowej tabeli. Przy tabelaryzowaniu należy zacząć od wypełnienia pierwszej kolumny wartości częstotliwości od 10 Hz do ok. 300 kHz. W tym celu w polu **formula** należy wpisać $10^{(0.95+0.05*i)}$ dla wierszy 1 .. 90, co pozwoli na uzyskanie równoodległych punktów w logarytmicznej skali po 20 na dekadę w zakresie od 10 do ok. 300 000.

W kolejnej kolumnie należy obliczyć spodziewane wartości transmitancji i przesunięcia fazowego.

Literatura

- 1) D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, PWN 2005
tom 3 - rozdziały 26, 27, 28, 31, 33 - elementy i obwody prądu stałego i zmiennego
- 2) E. M. Purcell, "Elektryczność i magnetyzm" - kurs berkeleyowski, Rozdział 8 - Obwody prądu zmiennego

Wersja z dnia 23 III 2020, B. Piętka, K. Korona,
(na podst. materiałów z Prac. Fiz. i Elektronicznej, WF UW)