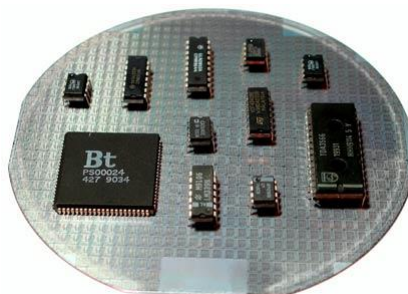
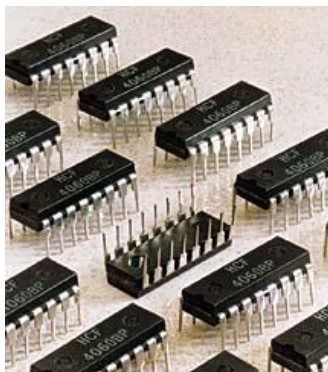


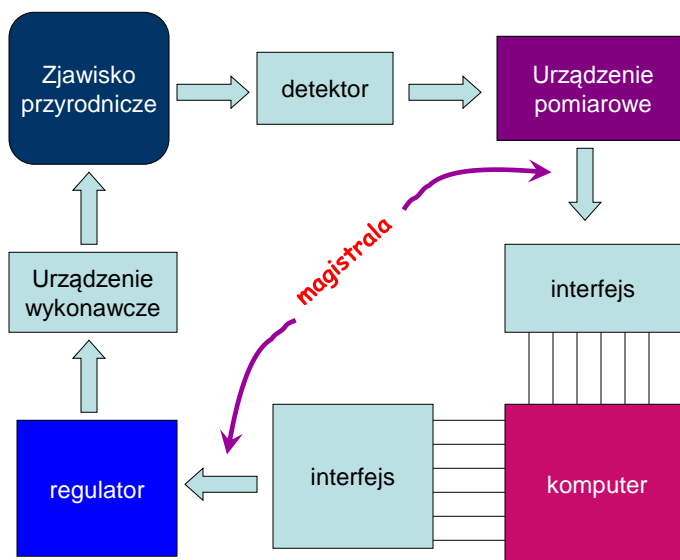
Pracownia Fizyczna i Elektroniczna 2017

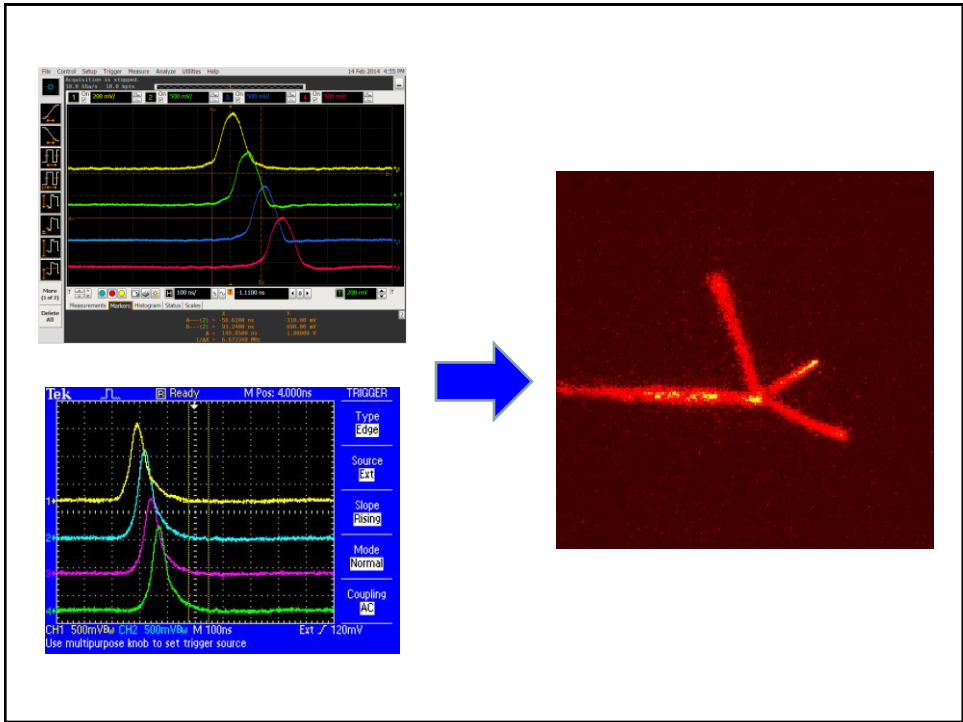


<http://pe.fuw.edu.pl/>

Wojciech DOMINIK

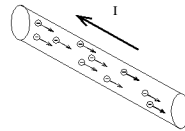
Struktura układu doświadczalnego EKSPERYMENT ELEKTRONICZNY





Prąd elektryczny w obwodach; przypomnienie podstawowych pojęć i praw

Prąd: uporządkowany ruch ładunków elektrycznych

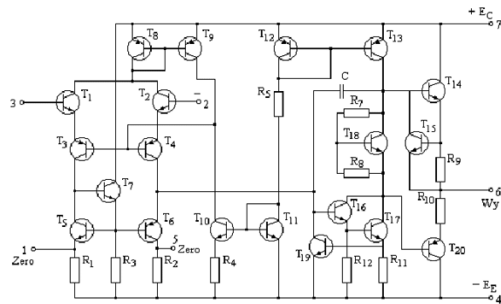


Natężenie prądu (prąd - I):
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

ilość ładunku dQ przepływająca przez przewodnik w jednostce czasu dt

Napięcie elektryczne (U):

spadek potencjału na części obwodu elektrycznego nie zawierającej źródeł prądu



Prawo Ohma: $U = I * R$

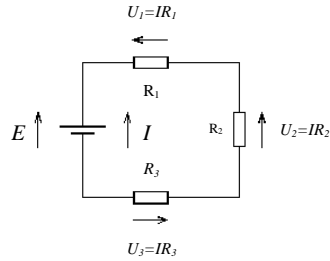
Współczynnik proporcjonalności R między napięciem i natężeniem:

➔ **opór lub rezystancja**

Siła elektromotoryczna E : napięcie na odcinku obwodu zawierającego źródło prądu, a nie zawierającego rezystancji

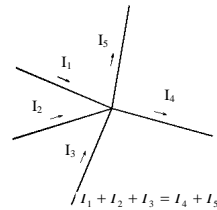
Drugie prawo Kirchhoffa:
dla obwodu zamkniętego

$$\sum_i IR_i = E$$

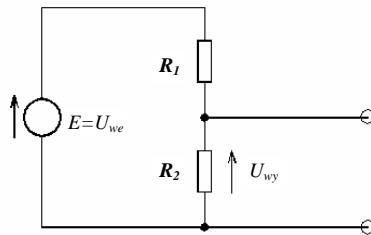


Pierwsze prawo Kirchhoffa:
dla dowolnego węzła sieci elektrycznej

$$\sum_i \vec{I}_i = 0$$

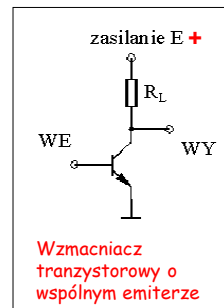
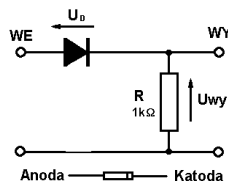
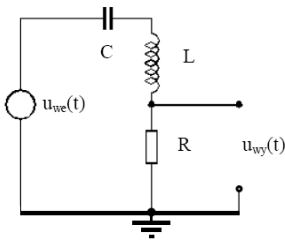


dzielnik napięcia - podstawowy obwód elektryczny

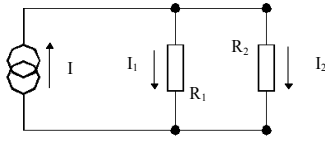


$$U_{wy} = U_{we} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Działanie większości obwodów elektrycznych można opisać jako układ jednego lub kilku dzielników napięcia



Analogicznym układem elektrycznym jest **dzielnik prądowy**



Prądy w poszczególnych gałęziach wynoszą:

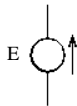
$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I \quad I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I$$

gdzie:

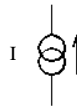
$$G_1 = \frac{1}{R_1} \quad G_2 = \frac{1}{R_2}$$

oznaczają **przewodności** gałęzi obwodu

Teoria obwodów rozważa dwa rodzaje idealnych źródeł energii elektrycznej:



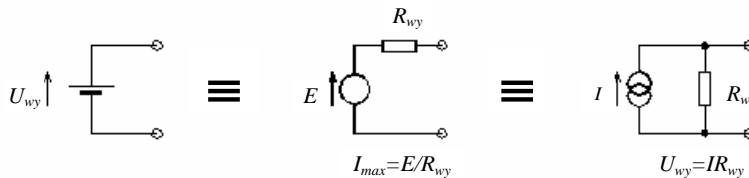
Źródło napięciowe:
Napięcie E na zaciskach
(siła elektromotoryczna)
nie zależy od natężenia
prądu wyjściowego



Źródło prądowe:
Prąd wyjściowy I nie zależy
od napięcia na zaciskach

Każde rzeczywiste źródło energii elektrycznej może być przedstawione jako:

- źródło napięciowe i szeregową rezystancją wewnętrzną
- lub
- źródło prądowe i bocznikująca je rezystancją wewnętrzną

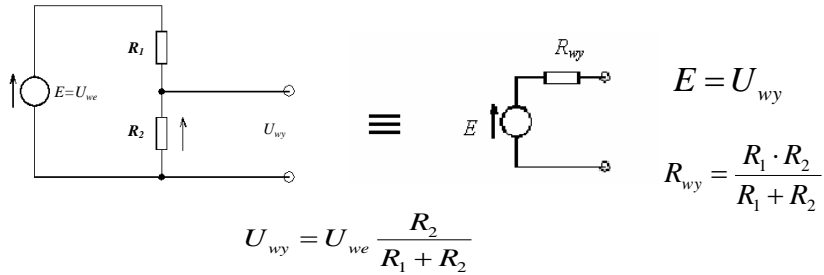


Zasada Thevenina:

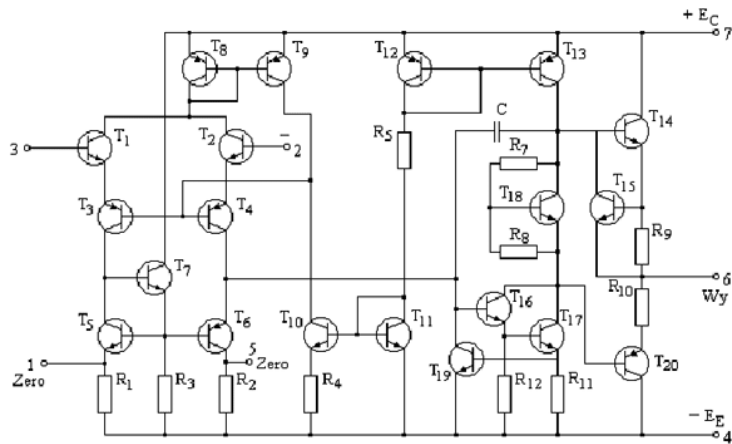
Każdą sieć elektryczną można przedstawić w postaci obwodu zastępczego składającego się ze źródła napięciowego i szeregowej rezystancji wewnętrznej

Zasada Nortona:

Każdą sieć elektryczną można przedstawić w postaci obwodu zastępczego składającego się ze źródła prądowego z bocznikowanego rezystancją wewnętrzną

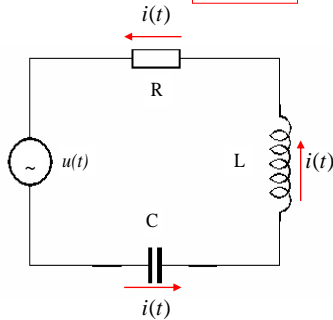


Znajomość rezystancji (impedancji) wewnętrznych układów elektrycznych oraz parametrów ich źródeł jest podstawą świadomego posługiwania się urządzeniami elektrycznymi



Natężenie prądu (prąd):

$$I = \frac{dQ}{dt}$$



W każdym punkcie obwodu elektrycznego natężenie prądu ma **jednakową wartość**


Charakterystyki prądowo napięciowe elementów i ich konfiguracja decydują o charakterystyce obwodu


Prawa Kirchhoffa podstawą analizy obwodu !!!

Układy złożone z elementów biernych

Bierne elementy elektroniczne to:

opór (R) 

indukcyjność (L) 

pojemność (C) 

Uogólnienie prawa Ohma dla prądów zmiennych:

$$i = f(t)$$

napięcie $u(t)$ jest funkcją prądu $i(t)$

opór R: $u_R(t) = R \cdot i(t)$

indukcyjność L: $u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

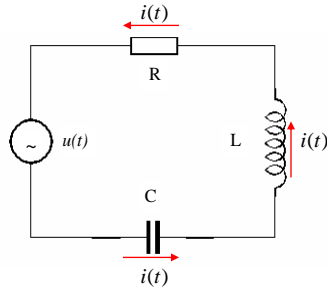
pojemność C: $u_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int i(t) dt$

Prawa Kirchhoffa obowiązują !!!

Rezystancja $R \rightarrow \rightarrow \rightarrow$ Impedancja Z

Obwód szeregowy RLC

$u(t)$: źródło napięciowe
o zmiennej sile
elektromotorycznej



Drugie prawo Kirchhoffa:

$$E = \sum_i U_i$$

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

równanie ruchu
ładunku elektrycznego



$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{\int i(t) dt}{C}$$

Obwód szeregowy RLC - napięcie zmienne harmonicznie:

$$u(t) = U_0 \cdot e^{j\omega t} \quad U_0 - \text{zespolona amplituda napięcia}$$

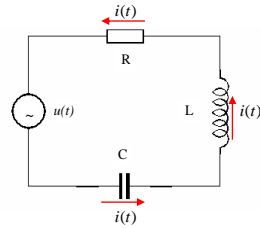
natężenie prądu:

$$i(t) = I_0 \cdot e^{j\omega t} \quad I_0 - \text{zespolona amplituda natężenia}$$

$$j = \sqrt{-1}$$

$$\omega = 2\pi\nu - \text{częstość kołowa}$$

$$E(t) = \text{Re} [u(t)]$$



$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{\int i(t) dt}{C}$$

Podstawiając wyrażenia na $i(t)$ i $u(t)$ otrzymujemy:

$$\frac{U_0}{I_0} = Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

Z jest impedancją obwodu

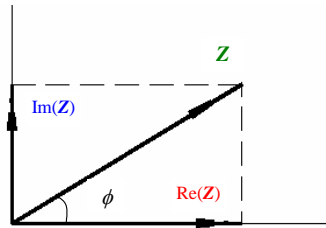
Impedancja jest wielkością zespoloną

opór:	$Z_R = R$
Składowe impedancji Z :	indukcyjność: $Z_L = j\omega L$
	pojemność: $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

Postać algebraiczna impedancji zastępczej obwodu złożonego zależy od kształtu obwodu !!!

Rezystancja: część rzeczywista impedancji $\text{Re}(Z)$

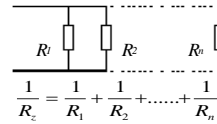
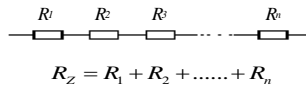
Reaktancja: część urojona impedancji $\text{Im}(Z)$



Reprezentacja impedancji na płaszczyźnie zespolonej:

$$\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \text{tg}(\phi) \text{ tangens kąta przesunięcia fazowego } \phi \text{ między napięciem i natężeniem prądu}$$

Z praw Ohma i Kirchhoffa wynikają prawa szeregowego i równoległego łączenia oporów, które pozwalają obliczać rezystancje zastępcze R_z



Szeregowe połączenie impedancji: $Z_Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$

Równoległe połączenie impedancji: $\frac{1}{Z_Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}$

Szeregowy obwód RC

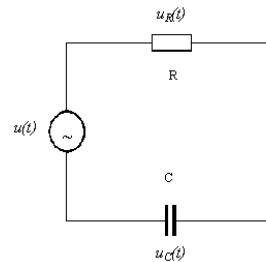
Źródło napięciowe $u(t)$ o zmiennej sile elektromotorycznej:

$$u(t) = u_R(t) + u_C(t)$$

Równanie ruchu ładunku elektrycznego: $u(t) = Ri(t) + \int \frac{i(t)dt}{C}$

Prąd w obwodzie: $i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$

Po podstawieniu do równania ruchu: $u(t) = u_R(t) + \int \frac{u_R(t)dt}{RC}$



Napięcie na oporze R:

$$u_R(t) = RC \frac{d[u(t) - u_R(t)]}{dt}$$

Napięcie na oporze jest zróżniczkowanym napięciem na kondensatorze !

$$\text{dla } u_R(t) \ll u(t) \quad u_R(t) \approx RC \frac{d[u(t)]}{dt}$$

Napięcie na pojemności C: $u_C(t) = u(t) - u_R(t)$

$$u(t) - u_C(t) = RC \frac{d[u_C(t)]}{dt} \quad \Rightarrow \quad u_C(t) = \frac{1}{RC} \int [u(t) - u_C(t)] dt$$

Napięcie na pojemności C jest scątkowanym napięciem na oporniku !

$$\text{dla } u_C(t) \ll u(t) \quad u_C(t) \approx \frac{1}{RC} \int u(t) dt$$

Obwód całkujący (filtr dolnoprzepustowy)

Napięcie wyjściowe: $u_{wy}(t) = u_C(t)$

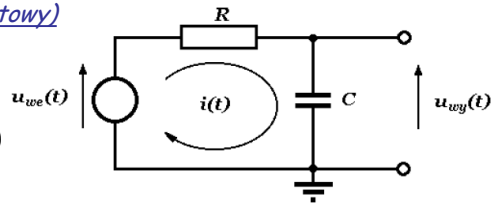
$$u_{wy}(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

prąd płynący w obwodzie $\Rightarrow i(t) = \frac{u_{we}(t) - u_{wy}(t)}{R}$

po podstawieniu:

$$u_{wy}(t) = \frac{1}{RC} \int (u_{we}(t) - u_{wy}(t)) dt$$

gdy $u_{wy} \ll u_{we}$: $u_{wy}(t) = \frac{1}{RC} \int u_{we}(t) dt$



Obwód całkujący (filtr dolnoprzepustowy)

Dla sygnału harmonicznego: $u_{wy}(t) = \frac{u_{we}(t) \cdot Z_C}{Z}$

$$u_{we}(t) = U_{we} e^{j\omega t}$$

Stosunek napięć: $\frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}}$

Transmitancja: $\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}$

Przesunięcie fazowe między napięciem wyjściowym a wejściowym: $tg \varphi = \frac{Im \frac{Z_C}{Z}}{Re \frac{Z_C}{Z}}$

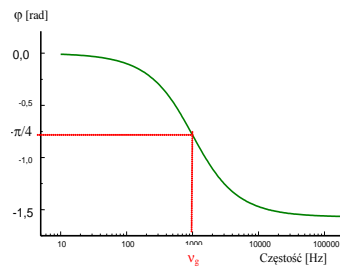
$$\varphi = \arctan(-\omega RC)$$

Pasmo transmisji filtra dolnoprzepustowego w skali częstotliwości: od 0 do ν_g

$$2\pi\nu_g = \omega_g = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

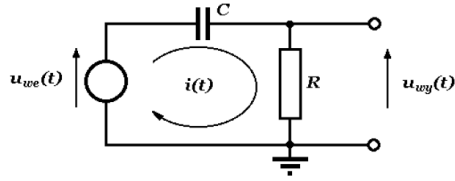
Dla częstotliwości granicznej: $\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

dzielnik napięcia !!!



Obwód różniczkujący (filtr górno-przepustowy)

Napięcie wyjściowe: $u_{wy}(t) = u_R(t)$



$$u_{wy}(t) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{d}{dt} (u_{we}(t) - u_{wy}(t))$$

po podstawieniu:

$$u_{wy}(t) = RC \frac{d}{dt} (u_{we}(t) - u_{wy}(t))$$

gdy $U_{wy} \ll U_{we}$ $u_{wy}(t) = RC \frac{d}{dt} u_{we}(t)$

← prąd płynący w obwodzie

Obwód różniczkujący (filtr górno-przepustowy) c.d.

Dla sygnału harmonicznego: $u_{wy}(t) = \frac{u_{we}(t) \cdot R}{Z}$

$$u_{we}(t) = U_{we} e^{j\omega t}$$

Stosunek napięć:

$$\frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

Transmitancja:

$$\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(\omega RC)^2 + 1}}$$

przesunięcie fazowe między napięciem wyjściowym i wejściowym:

$$\varphi = \arctan [(\omega RC)^{-1}]$$

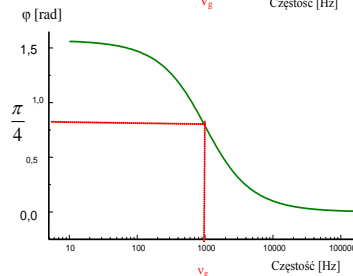
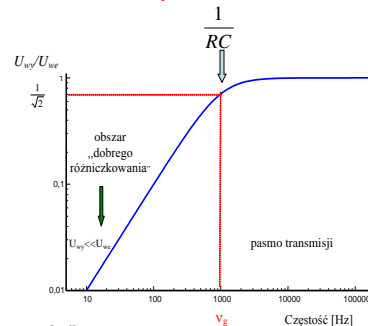
Pasmo transmisji filtra górnoprzepustowego w skali częstości od ν_g do ∞

$$2\pi\nu_g = \omega_g = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

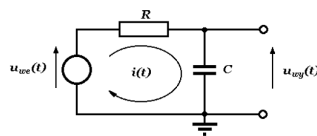
Dla częstości granicznej: $\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\varphi = \frac{\pi}{4}$



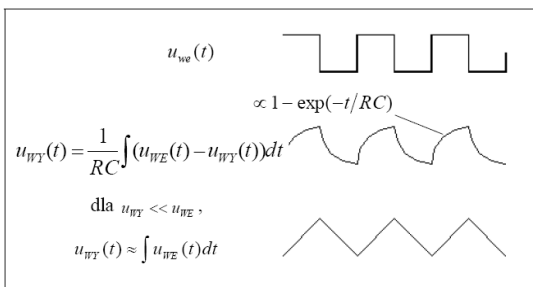
dzielnik napięcia !!!



Obwód całkujący (filtr dolnoprzepustowy)



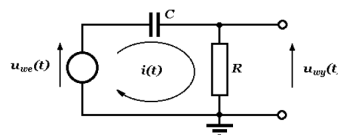
Przykłady sygnałów wejściowych i wyjściowych



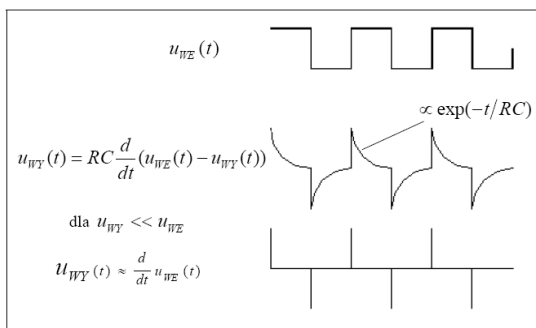
Układ całkujący jest wykorzystywany do:

- filtracji sygnałów
- kształtowania sygnałów
- uśredniania sygnałów - np. w celu eliminacji zakłóceń

Obwód różniczkujący (filtr górno-przepustowy)



Przykłady sygnałów wejściowych i wyjściowych

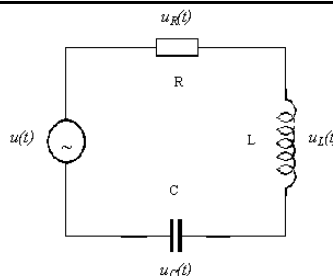


Układ różniczkujący wykorzystywany jest do:

- filtracji sygnałów
- kształtowania sygnałów,
- eliminacji składowej stałej,
- wykrywania zboczy itd.

Szeregowy obwód RLC

Źródło napięciowe $u(t)$ o zmiennej sile elektromotorycznej $\mathcal{E}(t) = \text{Re}[u(t)]$



Z drugiego prawa Kirchhoffa: $u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$

Równanie ruchu ładunku elektrycznego: $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{\int i(t) dt}{C}$

jeśli $i(t) = I_0 \cdot e^{j\omega t}$
 $u(t) = U_0 \cdot e^{j\omega t}$

→ impedancja

$$\frac{U_0}{I_0} = Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

Obwód rezonansowy szeregowy - częstota rezonansowa

Szeregowy układ RLC:

- > napięciowe źródło sygnału harmonicznego
- > częstota ω
- > amplituda U_0

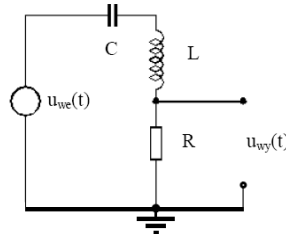
$$u_{we}(t) = U_0 \sin \omega t$$

Z zasady dzielnika napięcia:

$$u_C(t) = \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot u_{we}(t)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$u_L(t) = \frac{j\omega L \cdot u_{we}(t)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$u_{wy}(t) = u_R(t) = \frac{R \cdot u_{we}(t)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$



Dla częstoty rezonansowej $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ → $\text{Im}(Z) = 0$

> amplituda napięcia wyjściowego osiąga wartość największą

> amplitudy napięć na elementach obwodu mają wartości: $U_R = U_0$ $U_L = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ $U_C = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

- > znika łączna impedancja elementów reaktancyjnych → impedancja obwodu = R
- > napięcia na kondensatorze i indukcyjności osiągają wartości maksymalne
- > W rezonansie amplitudy napięcia na indukcyjności lub na pojemności mogą przekroczyć amplitudę napięcia wejściowego !!!

DOBROĆ OBWODU

Wielkość: $Q = \frac{U_L}{U_0} = \frac{U_C}{U_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ **dobroć obwodu**

amplitudy dla częstotliwości rezonansowej !!!

Ogólna definicja:

Dobroć wyraża stosunek energii zmagazynowanej w układzie rezonansowym (E_L) do mocy traconej (P) w ciągu jednego okresu drgań (T) przy częstotliwości rezonansowej

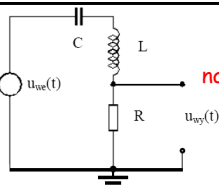
Inna postać wyrażenia na dobroć: $Q = \frac{U_L}{U_0} = \frac{|j\omega_0 L|}{R} = \frac{2\pi (\frac{1}{2} I_0^2 L)}{T (\frac{1}{2} I_0^2 R)} = \frac{2\pi E_L}{T P}$

Magazynowanie energii w elementach reaktancyjnych obwodu rezonansowego o wysokiej dobroci i wywołane przez nie „podbijanie” napięcia jest wykorzystywane do **filtracji i transformowania sygnałów o określonej częstotliwości**

Filtr rezonansowy szeregowy

Sygnał wejściowy harmoniczny,
częstość ω

$$u_{we}(t) = U_{we} e^{j\omega t}$$

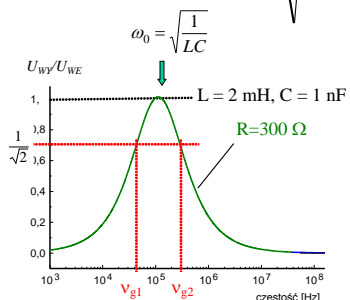


napięcie wyjściowe := napięcie na oporniku

$$u_{wy}(t) = u_R(t) = \frac{R u_{we}(t)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Transmitancja obwodu:
Stosunek **amplitud** napięcia
wyjściowego do **wejściowego**:

$$\left| \frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} \right| = \frac{|U_{wy}|}{|U_{we}|} = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

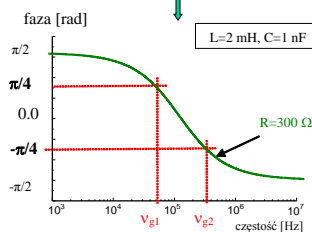


Dzielnik napięcia !!!

Przesunięcie fazowe między napięciem
wyjściowym i **wejściowym**:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{Im} \frac{R}{Z}}{\operatorname{Re} \frac{R}{Z}} \quad \varphi = \arctan \frac{1 - \omega^2 LC}{\omega RC}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

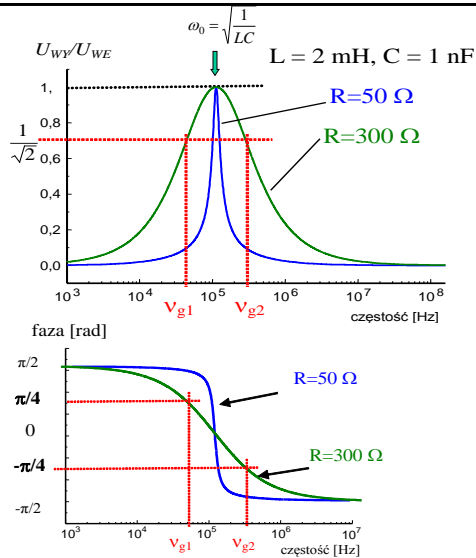


Filtr rezonansowy szeregowy c.d.

Pasmo przenoszenia

zlokalizowane jest w okolicach częstotliwości rezonansu:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

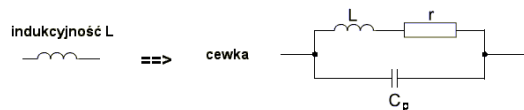


Pasmo przenoszenia filtru rozciąga się od v_{g1} do v_{g2} - **częstotliwości graniczne**

Dla częstotliwości granicznych: $\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad |\varphi| = \frac{\pi}{4}$

Dobroć: $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$

Opór, indukcyjność i pojemność to pojęcia teoretyczne
Rzeczywiste konstrukcje - opornik, cewka czy kondensator zawierają **wielkości pasożytnicze** (z indeksem p)

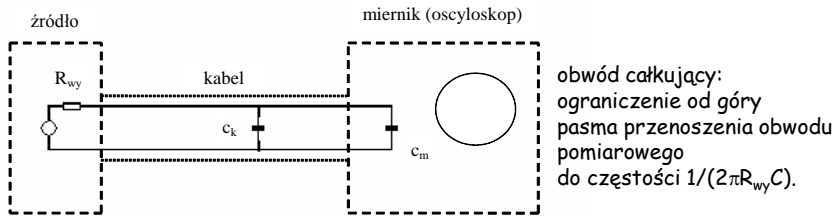


Przy pewnych częstotliwościach sygnału wielkości pasożytnicze mogą istotnie zniekształcić własności elementu

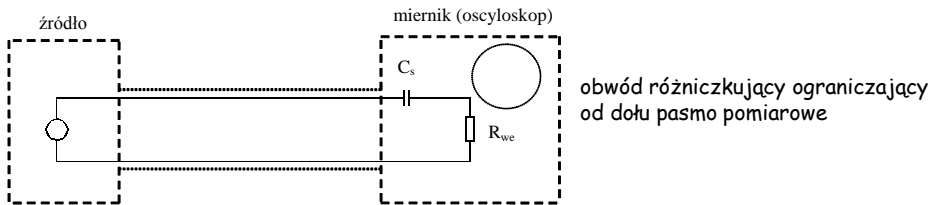
Każdy rzeczywisty bierny element elektroniczny jest złożonym układem impedancji

W systemach pomiarowych przy nieumiejętnym łączeniu aparatury elektrycznej pasywnicze obwody RLC mogą zniekształcać sygnały

Przykład 1 Połączenie wysokooporowego źródła z urządzeniem pomiarowym

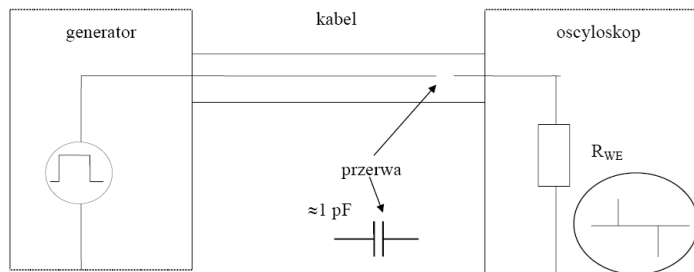


Przykład 2 Sprzeżenie typu AC.

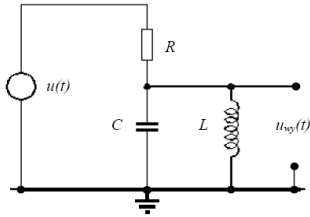


Przykład 3 Brak kontaktu kabla w gnieździe oscyloskopu

równoważny pojemności, która wraz z rezystancją wejściową tworzy filtr górnoprzepustowy powodujący różniczkowanie sygnałów wejściowych.

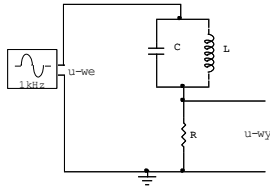


Filtr rezonansowy równoległy



$$u_{wy}(t) = u(t) \frac{\left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L}\right)^{-1}}{R + \left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L}\right)^{-1}}$$

Dla częstotliwości rezonansowej $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ napięcie wyjściowe osiąga wartość największą



$$u_{wy}(t) = u(t) \frac{R}{R + \left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L}\right)^{-1}}$$

Dla częstotliwości rezonansowej $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ napięcie wyjściowe osiąga wartość najmniejszą



filtr pasmowy zaporowy