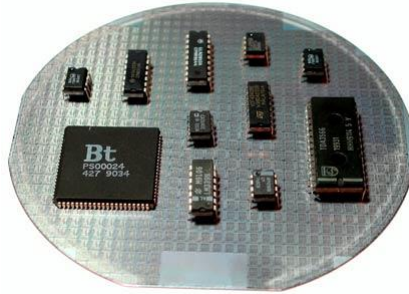
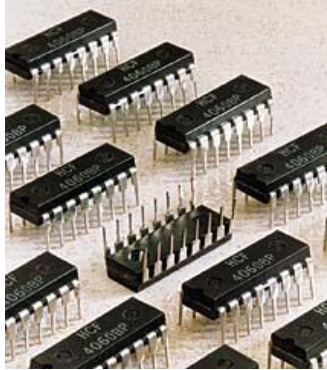


Pracownia fizyczna i elektroniczna S

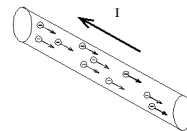


<http://pe.fuw.edu.pl/>

Wojciech DOMINIŁ

Prąd elektryczny w obwodach; przypomnienie podstawowych pojęć i praw

Prąd: uporządkowany ruch ładunków elektrycznych

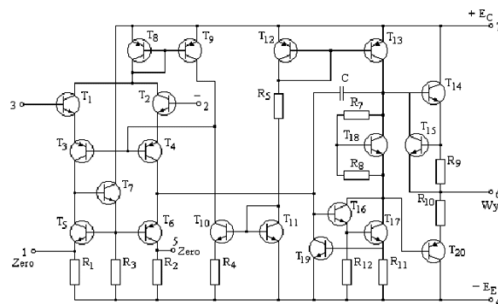


Natężenie prądu (prąd - I):
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

ilość ładunku dQ przepływająca przez przewodnik w jednostce czasu dt

Napięcie elektryczne (U):

spadek potencjału na części obwodu elektrycznego nie zawierającej źródeł prądu



Prawo Ohma: $U = I * R$

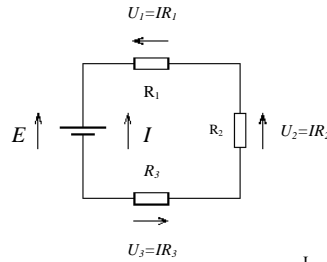
Współczynnik proporcjonalności R między napięciem i natężeniem:

→ **opór lub rezystancja**

Siła elektromotoryczna E : napięcie na odcinku obwodu zawierającego źródło prądu, a nie zawierającego rezystancji

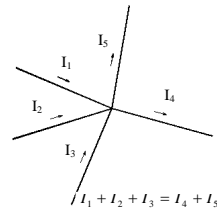
Drugie prawo Kirchhoffa:
dla obwodu zamkniętego

$$\sum_i IR_i = E$$

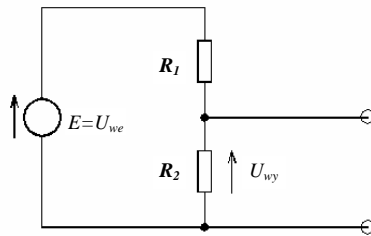


Pierwsze prawo Kirchhoffa:
dla dowolnego węzła sieci elektrycznej

$$\sum_i I_i = 0$$

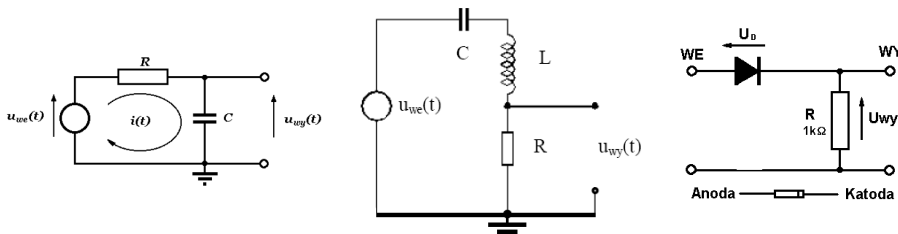


dzielnik napięcia - podstawowy obwód elektryczny

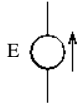


$$U_{wy} = U_{we} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Działanie większości obwodów elektrycznych można opisać jako układ jednego lub kilku dzielników napięcia

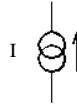


Teoria obwodów rozważa dwa rodzaje idealnych źródeł energii elektrycznej:



Źródło napięciowe:

Napięcie E na jego zaciskach (siła elektromotoryczna) nie zależy od natężenia prądu wyjściowego

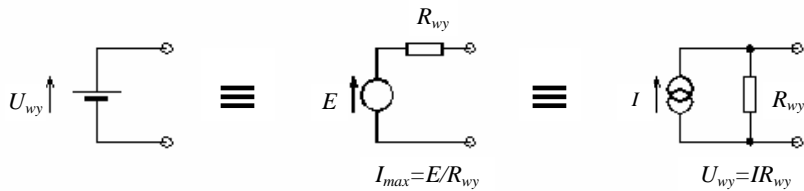


Źródło prądowe:

Prąd wyjściowy I nie zależy od napięcia na zaciskach

Każde rzeczywiste źródło energii elektrycznej może być przedstawione jako:

- źródło napięciowe i szeregowo rezystancja wewnętrzna
- lub
- źródło prądowe i bocznikująca je rezystancja wewnętrzna

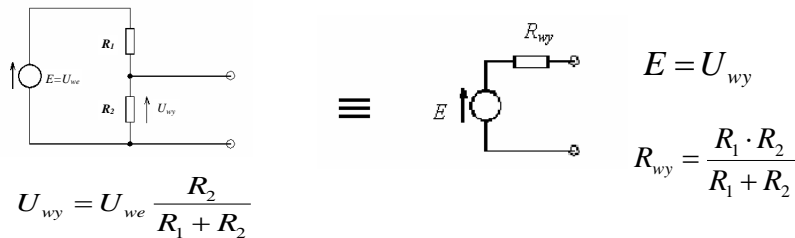


Zasada Thevenina:

Każdą sieć elektryczną można przedstawić w postaci obwodu zastępczego składającego się ze źródła napięciowego i szeregowej rezystancji wewnętrznej

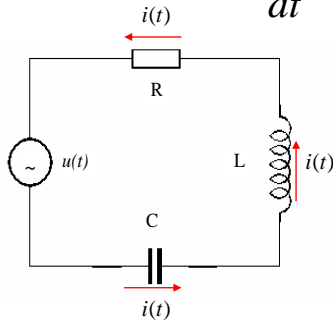
Zasada Nortona:

Każdą sieć elektryczną można przedstawić w postaci obwodu zastępczego składającego się ze źródła prądowego z bocznicowaną rezystancją wewnętrzną



Znajomość rezystancji (impedancji) wewnętrznych układów elektrycznych oraz parametrów ich źródeł jest podstawą świadomego posługiwania się urządzeniami elektrycznymi

Natężenie prądu (prąd): $I = \frac{dQ}{dt}$



W każdym punkcie obwodu elektrycznego natężenie prądu ma **jednakową wartość**

Charakterystyki prądowo napięciowe elementów i ich konfiguracja decydują o charakterystyce obwodu

Prawa Kirchhoffa podstawą analizy obwodu !!!

Układy złożone z elementów biernych

Bierne elementy elektroniczne to:

- opór (R)
- indukcyjność (L)
- pojemność (C)

Uogólnienie prawa Ohma dla prądów zmiennych: $i = f(t)$

napięcie $u(t)$ jest liniowym funkcjonatem prądu $i(t)$

opór R: $u(t) = Ri(t)$

indukcyjność L: $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

pojemność C: $u(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \int i(t) dt$

Prawa Kirchhoffa obowiązują !!!

Rezystancja R $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ Impedancja Z

Obwód szeregowy RLC zasilany ze źródła napięciowego o zmiennej sile elektromotorycznej:

$$u(t) = U_0 \cdot e^{j\omega t}$$

U_0 - zespolona amplituda napięcia

$$j = \sqrt{-1}$$

$\omega = 2\pi\nu$ - częstość kołowa

natężenie prądu:

$$i(t) = I_0 \cdot e^{j\omega t}$$

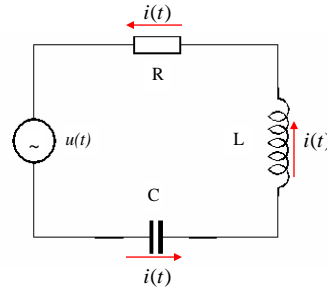
I_0 - zespolona amplituda natężenia

Z drugiego prawa Kirchhoffa: $E = \sum_i U_i$

równanie ruchu ładunku elektrycznego \Rightarrow

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{\int i(t) dt}{C}$$

$$E(t) = \text{Re} [u(t)]$$



Podstawiając wyrażenia na $i(t)$ i $u(t)$ otrzymujemy:

$$\frac{U_0}{I_0} = Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

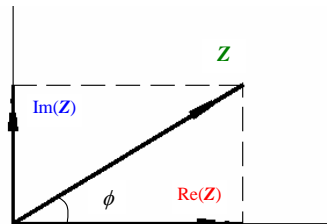
opór: $Z_R = R$
 Składowe impedancji Z: indukcyjność: $Z_L = j\omega L$
 pojemność: $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

Z jest impedancją obwodu
 Impedancja jest wielkością zespoloną

Postać algebraiczna impedancji zastępczej obwodu złożonego zależy od kształtu obwodu !!!

Rezystancja: część rzeczywista impedancji $\text{Re}(Z)$

Reaktancja: część urojona impedancji $\text{Im}(Z)$

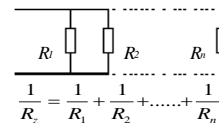
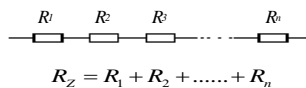


Reprezentacja impedancji na płaszczyźnie zespolonej:

$$\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \text{tg}(\phi)$$

tangens kąta przesunięcia fazowego ϕ między napięciem i natężeniem prądu

Z praw Ohma i Kirchhoffa wynikają prawa szeregowego i równoległego łączenia oporów, które pozwalają obliczać rezystancje zastępcze R_z



Szeregowe połączenie impedancji: $Z_Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$

Równoległe połączenie impedancji: $\frac{1}{Z_Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}$

Szeregowy obwód RC

Źródło napięciowe $u(t)$ o zmiennej sile elektromotorycznej

$$u(t) = u_R(t) + u_C(t)$$

Równanie ruchu ładunku elektrycznego: $u(t) = Ri(t) + \frac{\int i(t) dt}{C}$

Prąd w obwodzie: $i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$

Po podstawieniu do równania ruchu: $u(t) = u_R(t) + \frac{\int u_R(t) dt}{RC}$

Napięcie na oporze R:

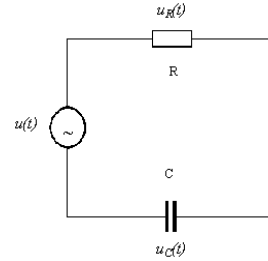
$$u_R(t) = RC \frac{d[u(t) - u_R(t)]}{dt}$$

Napięcie na oporze jest zróżniczkowanym napięciem na kondensatorze !

Napięcie na pojemności C: $u_C(t) = u(t) - u_R(t)$

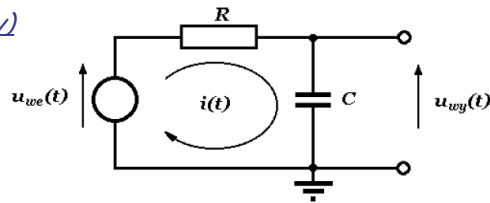
$$\rightarrow u_C(t) = \frac{1}{RC} \int [u(t) - u_C(t)] dt$$

Napięcie na pojemności C jest scątkowanym napięciem na oporniku !



Obwód całkujący (filtr dolnoprzepustowy)

Napięcie wyjściowe: $u_{wy}(t) = u_C(t)$



$$u_{wy}(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt + U_C(0) \quad U_C(0) - \text{początkowe napięcie na kondensatorze}$$

prąd płynący w obwodzie $\Rightarrow i(t) = \frac{u_{we}(t) - u_{wy}(t)}{R}$
 po podstawieniu:

$$u_{wy}(t) = \frac{1}{RC} \int (u_{we}(t) - u_{wy}(t)) dt + U_C(0)$$

gdy $u_{wy} \ll u_{we}$: $u_{wy}(t) = \frac{1}{RC} \int u_{we}(t) dt + U_C(0)$

Obwód całkujący (filtr dolnoprzepustowy)

Dla sygnału harmonicznego: $u_{wy}(t) = \frac{u_{we}(t) \cdot Z_C}{Z}$

$u_{we}(t) = U_{we} e^{j\omega t}$

Stosunek napięć $\frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}}$

Transmitancja: $\frac{|U_{wy}|}{|U_{we}|} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}$

Przesunięcie fazowe między napięciem wyjściowym a wejściowym: $tg \varphi = \frac{Im \frac{Z_C}{Z}}{Re \frac{Z_C}{Z}}$

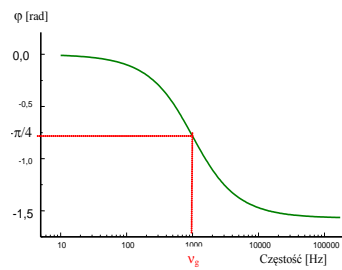
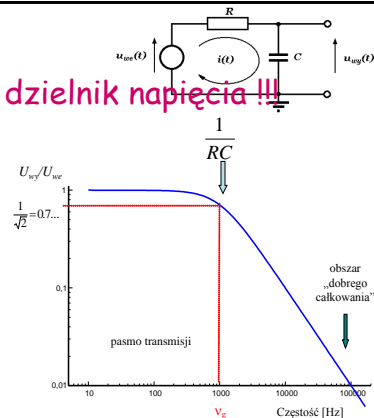
$\varphi = \arctan(-\omega RC)$

Pasmo transmisji filtra dolnoprzepustowego w skali częstości: od 0 do ν_g

$2\pi\nu_g = \omega_g = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$

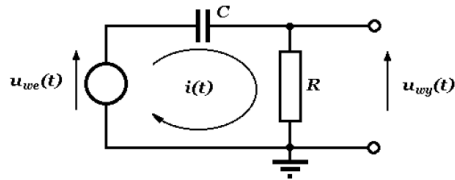
Dla częstości granicznej: $\frac{|U_{wy}|}{|U_{we}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

dzielnik napięcia !!!



Obwód różniczkujący (filtr górno-przepustowy)

Napięcie wyjściowe: $u_{wy}(t) = u_R(t)$



$u_{wy}(t) = R \cdot i(t)$

$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{d}{dt} (u_{we}(t) - u_{wy}(t))$ ← prąd płynący w obwodzie

po podstawieniu:

$u_{wy}(t) = RC \frac{d}{dt} (u_{we}(t) - u_{wy}(t))$

gdy $u_{wy} \ll u_{we}$ $u_{wy}(t) = RC \frac{d}{dt} u_{we}(t)$

Obwód różniczkujący (filtr górno-przepustowy) c.d.

Dla sygnału harmonicznego: $u_{wy}(t) = \frac{u_{we}(t) \cdot R}{Z}$
 $u_{we}(t) = U_{we} e^{j\omega t}$

Stosunek napięć: $\frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$

Transmitancja: $\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(\omega RC)^2 + 1}}$

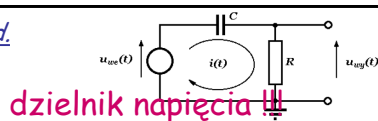
przesunięcie fazowe między napięciem wyjściowym i wejściowym: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{Im} \frac{R}{Z}}{\operatorname{Re} \frac{R}{Z}}$

$\varphi = \arctan [(\omega RC)^{-1}]$

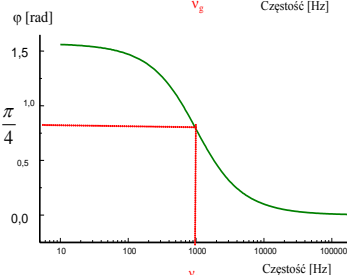
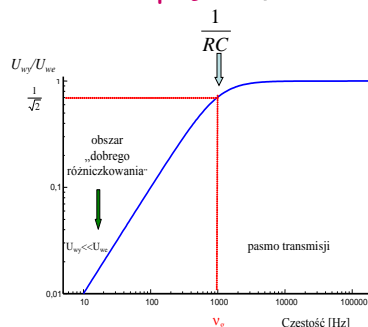
Pasmo transmisji filtra górnoprzepustowego w skali częstotliwości od ν_g do ∞

$2\pi \nu_g = \omega_g = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$

Dla częstotliwości granicznej: $\left| \frac{U_{wy}}{U_{we}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$

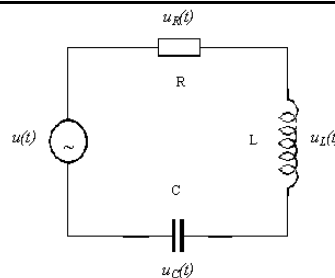


dzielnik napięcia !!!



Szeregowy obwód RLC

Źródło napięciowe $u(t)$ o zmiennej sile elektromotorycznej $\mathcal{E}(t) = \operatorname{Re} [u(t)]$



Z drugiego prawa Kirchhoffa: $u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$

Równanie ruchu ładunku elektrycznego: $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \int \frac{i(t) dt}{C}$

Prąd płynący w obwodzie: $i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$

czyli: $u(t) = u_R(t) + \frac{L}{R} \frac{du_R(t)}{dt} + \int \frac{u_R(t) dt}{RC}$

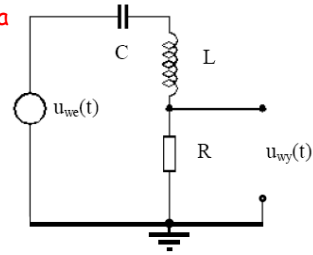
jeśli $u(t) = U_0 \cdot e^{j\omega t}$ \rightarrow impedancja $\frac{U_0}{I_0} = Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

Obwód rezonansowy szeregowy - częstota rezonansowa

Szeregowy układ RLC:

- > napięciowe źródło sygnału przemienne
- > częstota ω
- > amplituda U_0

$$u_{we}(t) = U_0 \sin \omega t$$



Z zasady dzielnika napięcia:

$$u_C(t) = \frac{u_{we}(t) \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$u_L(t) = \frac{j\omega L \cdot u_{we}(t)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$u_{wy}(t) = u_R(t) = \frac{R \cdot u_{we}(t)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Dla częstoty rezonansowej

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

rezonans $\rightarrow \text{Im}(Z) = 0$

> amplituda napięcia wyjściowego osiąga wartość największą

> amplitudy napięć na elementach obwodu mają wartości:

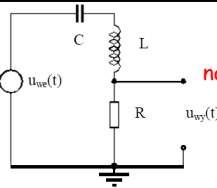
$$U_R = U_0 \quad U_L = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad U_C = \frac{U_0}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- > znika łączna impedancja elementów reaktancyjnych \Rightarrow impedancja obwodu = R
- > napięcia na kondensatorze i indukcyjności osiągają wartości maksymalne
- > W rezonansie amplitudy napięcia na indukcyjności lub na pojemności mogą przekroczyć amplitudę napięcia wejściowego !!!

Filtr rezonansowy szeregowy

Sygnał wejściowy harmoniczny, częstota ω

$$u_{we}(t) = U_{we} e^{j\omega t}$$



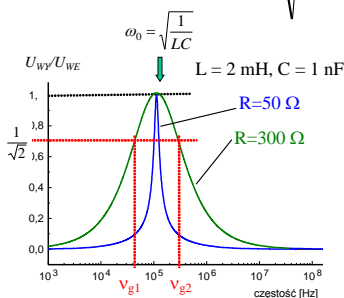
napięcie wyjściowe := napięcie na oporniku

$$u_{wy}(t) = u_R(t) = \frac{R u_{we}(t)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Transmitancja obwodu:

Stosunek **amplitud** napięcia wyjściowego do wejściowego:

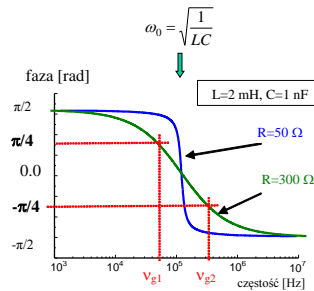
$$\left| \frac{u_{wy}(t)}{u_{we}(t)} \right| = \frac{|U_{wy}|}{|U_{we}|} = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$



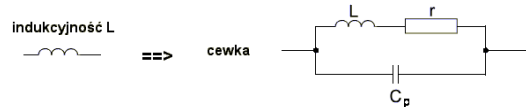
Dzielnik napięcia !!!

Przesunięcie fazowe między napięciem wyjściowym i wejściowym:

$$\text{tg } \varphi = \frac{\text{Im} \frac{R}{Z}}{\text{Re} \frac{R}{Z}} \quad \varphi = \arctan \frac{1 - \omega^2 LC}{\omega RC}$$



Opór, indukcyjność i pojemność to pojęcia teoretyczne
Rzeczywiste konstrukcje - opornik, cewka czy kondensator
zawierają wielkości pasożytnicze (z indeksem p)



Przy pewnych częstotliwościach sygnału wielkości pasożytnicze
mogą istotnie zniekształcić własności elementu

Każdy rzeczywisty bierny element elektroniczny jest złożonym układem impedancji

Złącze p-n: dioda

Półprzewodniki

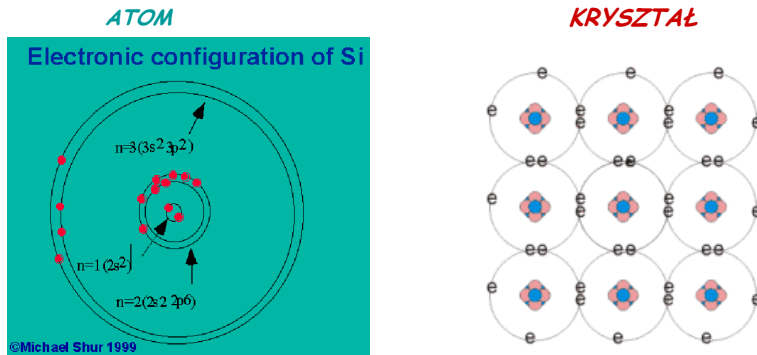
Przewodnictwo półprzewodników

Dioda

Dioda: element nieliniowy

Przewodnictwo kryształów

Atomy - dyskretne poziomy energetyczne (stany energetyczne);
określone energie elektronów



ATOM

atom
zjonizowany

KRYZSTAŁ

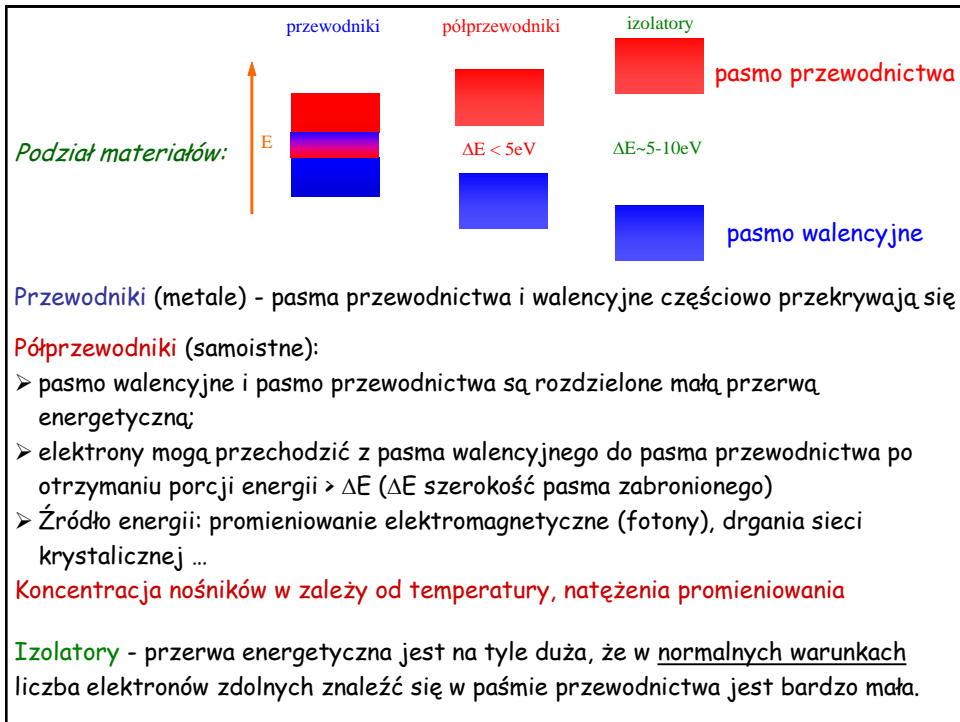
pasmo
przewodnictwa

Kryształy:
pasma energii dozwolonej dla elektronów oddzielone pasmami energii zabronionej ΔE

Pasmo walencyjne - najwyższe pasmo energetyczne elektronów związanych z jonami sieci krystalicznej

Pasmo przewodnictwa - elektron staje się wspólny dla całego kryształu i może się w nim przemieszczać pod wpływem pola elektrycznego - nośnik prądu

Koncentracja elektronów w paśmie przewodnictwa
decyduje o przewodnictwie kryształu



Mechanizm przewodnictwa - przewodniki (metale)

Prąd elektryczny - ruch ładunków pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego

Ruch elektronów w jednorodnym polu elektrycznym:

W próżni:

- ruch jednostajnie przyspieszony

W materiałach -

- spowalnianie elektronów w wyniku zderzeń fononami
- dryf chmury elektronów wzdłuż pola elektrycznego z prędkością V ($\sim \text{cm/s}$) znacznie mniejszą niż średnia prędkość pojedynczych elektronów w chmurze.

Fonony - centra rozpraszania; np. zanieczyszczenia lub oscylacje sieci

przewodnictwo materiału:
$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau_e}{2m_e}$$

τ_e - średni czas między zderzeniami
 n_e -- koncentracja elektronów

Ze wzrostem temperatury rośnie koncentracja fononów
 (zwiększają się drgania sieci krystalicznej)

W metalach ze wzrostem temperatury:

- zwiększenie rozpraszania i zmniejszenie τ_e
- koncentracja elektronów zmienia się bardzo słabo ($n_e \approx \text{const}$)

SKUTEK: opór metali zwiększa się wraz ze wzrostem temperatury

Rozwój materiałów półprzewodnikowych:

German - 1947 - 1958

Era Krzemu - 1962

GaAs - 1970

Wide band gap semiconductors - 1990

Polimery (półprzewodniki organiczne),
materiały amorficzne,

Baron 10.811	Carbon 12.011	Nitrogen 14.007
B	C	N
5	6	7
Aluminum 26.982	Silicon 28.086	Phosphorus 30.974
Al	Si	P
13	14	15
Gallium 69.723	Germanium 72.64	Arsenic 74.922
Ga	Ge	As
31	32	33
Indium 114.818	Tin 118.710	Antimony 121.760
In	Sn	Sb
49	50	51

Półprzewodniki elementarne (samoistne):

przerwa energetyczna

Si -	1.12 eV
Ge -	0.661 eV
C (diament) -	5.46 eV
amorficzny Si -	1.71 eV

Popularne związki półprzewodnikowe:

przerwa energetyczna

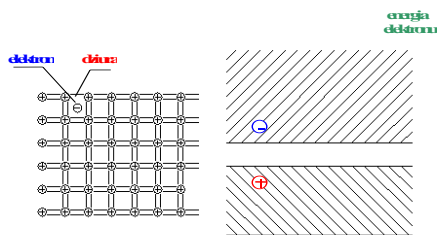
GaAs -	1.41 eV
GaP -	2.26 eV
GaSb -	0.661 eV
InAs -	0.354 eV
InP -	1.344 eV
InSb -	0.17 eV

Półprzewodniki o szerokiej przerwie energetycznej:

przerwa energetyczna

GaN -	3.4 eV
InN -	1.89 eV
AlN -	6.2 eV
SiC -	2.2 - 3.2 eV

Mechanizm przewodnictwa - półprzewodniki samoistne



$$\propto e^{-\frac{E}{kT}} \quad \begin{matrix} T=300 \text{ K} \\ kT=0.025 \text{ eV} \end{matrix}$$

- elektron w paśmie walencyjnym absorbuje porcję (kwant) energii $> \Delta E$,
- zerwanie wiązania w kryształ: uwolnienie elektronu do pasma przewodnictwa,
- dziura w paśmie walencyjnym - quasiładunek dodatni - może się przemieszczać

Swolodne elektrony i dziury są nośnikami prądu w półprzewodnikach

Równowaga dynamiczna gęstości nośników obu rodzajów.

Rozkład energii E nośników: w przybliżeniu rozkład Boltzmanna:

$$n_e \propto e^{-\frac{E}{kT}}$$

$k=8.62 \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$: stała Boltzmanna, T: temperatura [K]

Para nośników elektron-dziura rekombinuje średnio po czasie $10^{-5} - 10^{-7} \text{ s}$

Ze **wzrostem temperatury** rośnie ilość nośników prądu →

→ **przewodność półprzewodników zwiększa się**

Półprzewodniki domieszkowane → **Nośniki większościowe**

donor TYP „N”
P, As, Sb

Wtrącenie do sieci krystalicznej zbudowanej z atomów czterowartościowych domieszki pięciowartościowej (donora) powoduje wytworzenie elektronu słabo związanego z siecią

Wtrącenie do sieci krystalicznej zbudowanej z atomów czterowartościowych domieszki trójwartościowej (akceptora) powoduje wytworzenie dziury słabo związanej z siecią.

W temperaturze pokojowej prawie wszystkie domieszki są zjonizowane
Poprzez odpowiednie domieszkowanie można wytwarzać półprzewodniki o kontrolowanej, nadmiarowej koncentracji elektronów lub dziur

akceptor TYP „P”
Al, Ga, In, B

Wtrącenie do sieci krystalicznej zbudowanej z atomów czterowartościowych domieszki trójwartościowej (akceptora) powoduje wytworzenie dziury słabo związanej z siecią.

Złącze p-n

Doświadczenie „myślowe”:
dokonujemy zetknięcia kryształu typu **p** z kryształem typu **n**

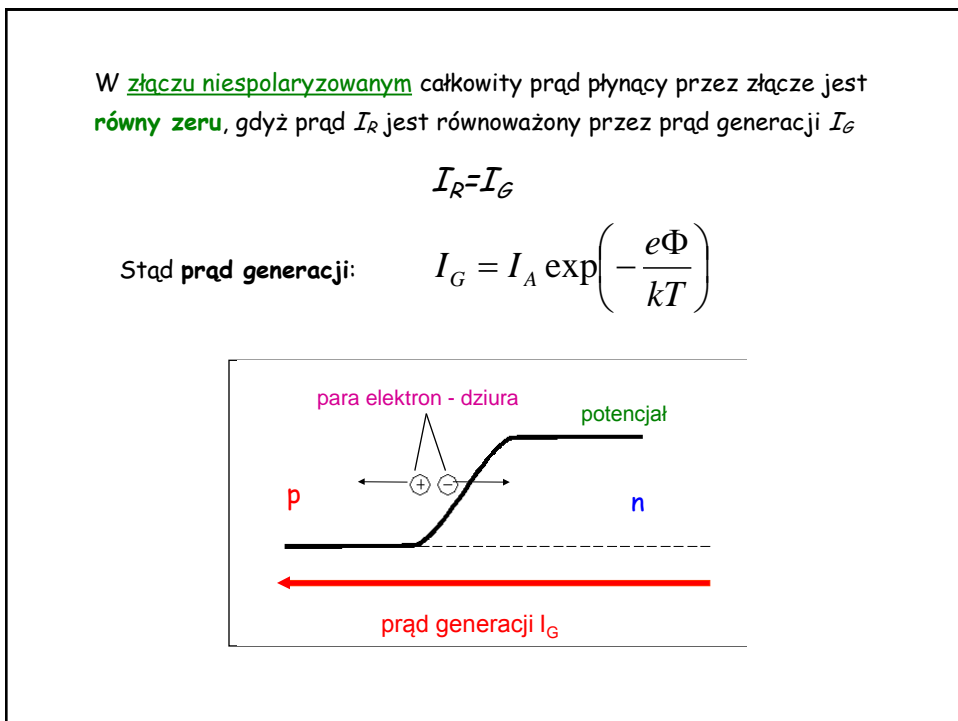
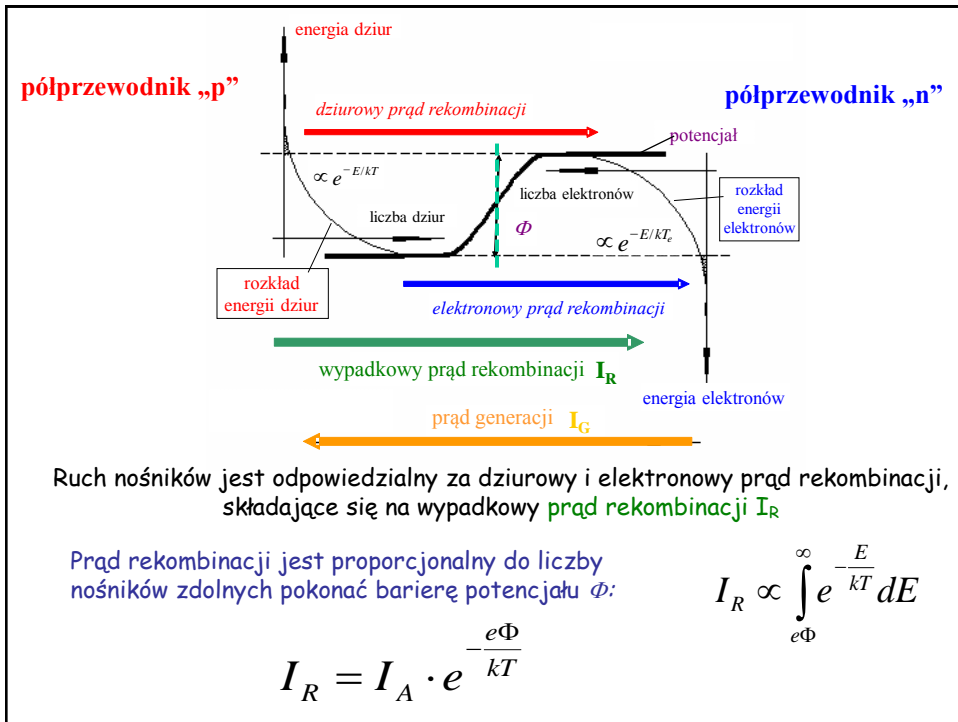
początkowo każdy z kryształów jest elektrycznie obojętny

Różnica stężeń nośników powoduje dyfuzję:

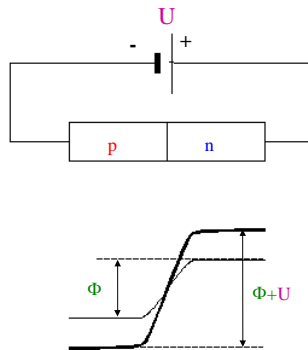
elektromy obszaru **n** dyfundują do obszaru typu **p**,
dziury z obszaru **p** dyfundują do obszaru typu **n**,
kryształ typu p naładował się ujemnie
kryształ typu n naładował się dodatnio

Bariera potencjału Φ ogranicza dyfuzję nośników i prowadzi do stabilizacji sytuacji w złączu.

równowaga dynamiczna



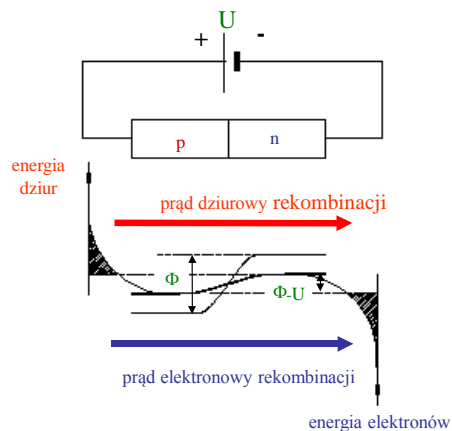
SPOLARYZOWANE złącze p-n c.d.



1. Złącze spolaryzowane w kierunku zaporowym

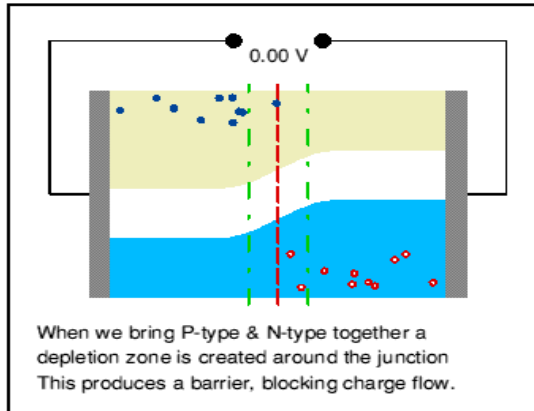
- Bariera potencjału wzrasta do wartości $\Phi + U$
- Zmniejsza się liczba nośników zdolnych pokonać podwyższoną barierę
- Prąd rekombinacji maleje

SPOLARYZOWANE złącze p-n



2. Napięcie zewnętrzne U przyłożone w kierunku przewodzenia

- Zmniejszenie bariery potencjału Φ o wartość U
- Rośnie liczba nośników, zdolnych pokonać barierę potencjału $\Phi - U$
- Prąd płynący przez złącze wzrasta



When we bring P-type & N-type together a depletion zone is created around the junction. This produces a barrier, blocking charge flow.

© J. C. G. Lesurf Univ. St. Andrews

SPOLARYZOWANE złącze p-n c.d.

W ogólności prąd rekombinacji w złączu **p-n**: $I_R = I_A \exp\left[-\frac{e(\Phi - U)}{kT}\right]$

czyli: $I_R = I_G \exp\left[\frac{eU}{kT}\right]$

Ponieważ prąd płynący przez złącze jest sumą prądu rekombinacji i generacji, to:

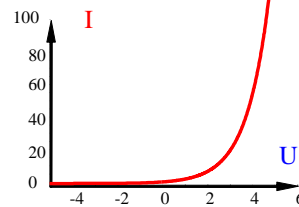
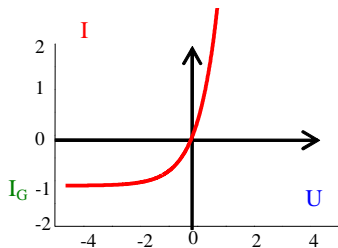
$$\vec{I} = \vec{I}_G + \vec{I}_R$$

$$I = I_G \left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right]$$

równanie opisujące pracę złącza p-n.
(równanie Shockley'a)

złącze p-n

DIODA



Dioda półprzewodnikowa (prostownicza)



Dla większych prądów równanie Shockley'a modyfikuje się do postaci:

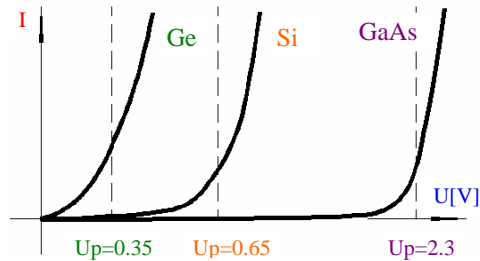
$$U = \frac{MkT}{e} \ln\left(\frac{I}{I_G} + 1\right) + Ir$$

gdzie:

r - rezystancja materiału diody (pasożytnicza),

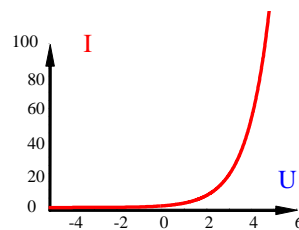
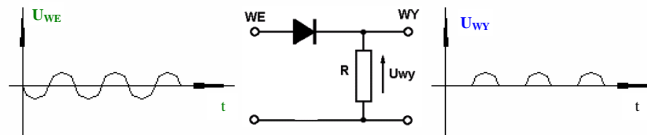
M - współczynnik związany z typem półprzewodnika $M \sim 1-2$

U_p - napięcie przewodzenia złącza to napięcie w kierunku przewodzenia, dla którego **prąd diody osiąga umownie dużą wartość**

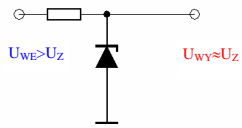


Podstawowe zastosowanie nieliniowych własności złącza p-n prostowanie prądów elektrycznych

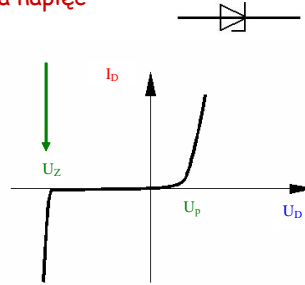
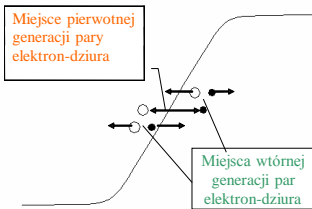
Prostownik jednopółkowy



Dioda Zenera Zastosowanie: stabilizacja napięć



Dzielnik napięcia z diodą Zenera
= stabilizator napięcia

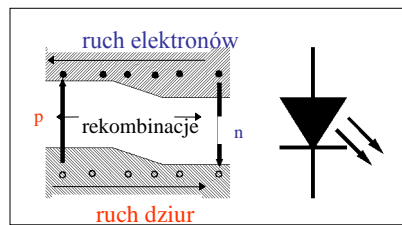


Lawinowe powielanie nośników prądu w złączu w silnym polu elektrycznym

Zachodzi dla napięć zaporowych większych od U_Z

Dopuszczalne napięcie wsteczne (zaporowe) diody jest ograniczone przez napięcie przebicia, zwane **napięciem Zenera (U_Z)**

Dioda świecąca (elektroluminescencyjna)



złącze p-n spolaryzowane w kierunku przewodzenia

w złączu następują intensywne spontaniczne procesy rekombinacyjne

Rekombinacja dziury i elektronu jest związana z emisją kwantu promieniowania o energii równej w przybliżeniu szerokości przerwy energetycznej

Charakterystyka prądowo-napięciowa podobna do charakterystyki diody prostowniczej