



## LABORATORIUM OPTYKI GEOMETRYCZNEJ

### WADY SOCZEWEK

#### 1. Cel ćwiczenia

Zapoznanie z niektórymi wadami soczewek i pomiar aberracji sferycznej, chromatycznej i astygmatyzmu badanych soczewek.

#### 2. Zakres wymaganych zagadnień:

- bieg promieni przez soczewki
- powstawanie obrazów
- równanie soczewki
- rodzaje soczewek
- ognisko i ogniskowa soczewki
- wady soczewek
- powstawanie aberracji

#### 3. Wstęp

Zgodnie z teorią Gauss'a równanie soczewki cienkiej dane jest wzorem:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

gdzie:

$x$  - odległość przedmiotu świecącego od środka optycznego soczewki,

$y$  - odległość obrazu od środka optycznego soczewki,

$n$  - współczynnik załamania materiału, z którego zrobiona jest soczewka,

$r_1, r_2$  - promienie krzywizny powierzchni ograniczających soczewkę, (przy czym przyjmujemy, że  $R > 0$  jeśli powierzchnia ta jest wypukła na zewnątrz, a  $R < 0$  jeśli powierzchnia ta jest wypukła do wewnątrz soczewki, czyli jeśli jest wklęsła).

Prawa strona równania (1) zawiera tylko wielkości charakterystyczne dla danej soczewki, a więc jej wartość nie zależy od położenia przedmiotu i obrazu jak i kątów nachylenia promieni światła względem osi optycznej soczewki.

Wartość wyrażenia

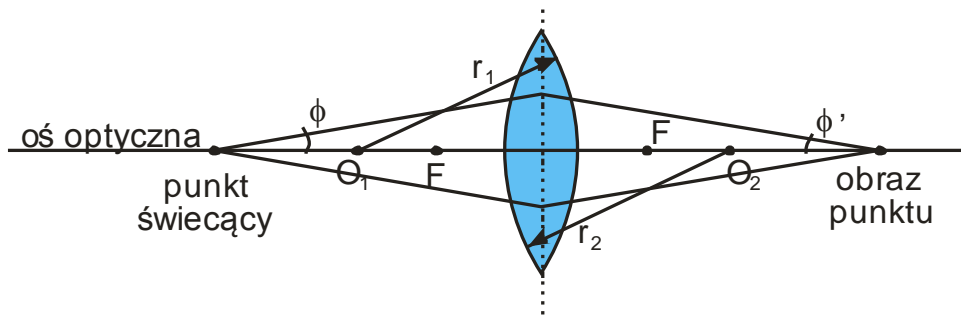
$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (2)$$

stała dla danej soczewki (w przypadku światła monochromatycznego) nosi nazwę zdolności zbierającej soczewki ( $D$ ), a jej odwrotność - ogniskowej soczewki ( $f$ ).

Równanie soczewki (1) jest słuszne tylko przy założeniu, że przedmiot umieszczony jest na osi optycznej soczewki i że kąty nachylenia  $\theta$  promieni względem osi optycznej są bardzo małe, a więc można przyjąć, że  $\sin(\theta) = \theta$  (dla promieni przyosiowych). Teoria Gauss'a oparta na tym przybliżeniu jest znana również jako teoria I rzędu, gdyż w rozwinięciu funkcji  $\sin(\theta)$  w szereg

$$\sin(\theta) = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

wyrazy wyższych rzędów zaniedbuje się.



Rys.1 Soczewka

W praktycznych układach optycznych apertury są zwykle tak duże, że promienie przyosiowe stanowią zaledwie niewielką część promieni tworzących obraz (apertura-kąt zawarty między skrajnym promieniem wchodzącym np. do obiektywu, a osią optyczną jego soczewek, lub przesłona ograniczająca bieg promieni świetlnych w układzie. Dla soczewki aperturą jest jej oprawka). Dla promieni o dużych kątach nachylenia  $\theta$  względem osi optycznej wzory wynikające z teorii Gauss'a (soczewka cienka) odbiegają od rzeczywistości - różnice te są miarą aberracji sferycznej i zniekształceń obrazów.

Ludwig von Seidel rozwinął teorię Gauss'a, uwzględniając wyraz III-ego rzędu w rozwinięciu  $\sin(\theta)$  jak również promienie skośne (tzn. wychodzące z przedmiotu nie leżące na osi optycznej soczewki). Teoria Seidel'a zwana również teorią III-ego rzędu rozszerza teorię Gauss'a dodając do niej 5 poprawkowych wyrażen, które przyjmują wartości zerowe w przypadku, gdy rozważane promienie zachowują się tak samo jak promienie przyosiowe opisane równaniem (1).

Jeśli jedno lub więcej z tych z tych wyrażen różni się od zera, to mówimy, że promienie nie zachowują się zgodnie z teorią Gauss'a, lub że soczewka posiada wady – aberracje. Poprawkowe wyrażenia Seidel'a są podstawą do klasyfikacji pięciu aberracji III-ego rzędu. Są nimi:

1. aberracja sferyczna,
2. koma,
3. astygmatyzm,
4. krzywizna obrazu,
5. dystorsja

Wymienione wyżej wady soczewek dotyczą światła monochromatycznego. Przy użyciu światła białego, z powodu dyspersji szkła, z którego zrobiona jest soczewka, pojawiają się dodatkowo dwie aberracje: aberracja chromatyczna podłużna i poprzeczna. Teoretycznie problem tworzenia obrazu pozbawionego aberracji wprowadzonych przez dany układ optyczny polega na dobraniu promieni krzywizny w taki sposób, aby każde z pięciu wyrażen Seidel'a było równe zeru.

W praktyce te poprawkowe równania Seidel'a są mało przydatne, ponieważ żaden układ optyczny nie zawiera dostatecznej liczby powierzchni załamujących, aby zapewnić znikanie wszystkich pięciu wyrażen.

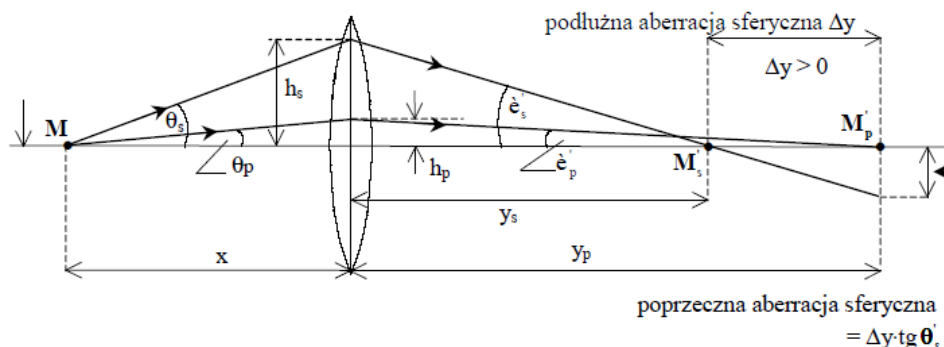
Układy optyczne mają na celu wyeliminowanie lub przynajmniej zredukowanie do minimum omawianych wad.

#### 4. Wady soczewek

##### Aberracja sferyczna

Układ optyczny (lub pojedyncza soczewka) posiada aberrację sferyczną, jeżeli pierwsze poprawkowe wyrażenie Seidel'a jest różne od zera. Fizycznie oznacza to, że wiązka promieni wychodzących z punkтового przedmiotu znajdującego się na osi optycznej, po przejściu przez soczewkę nie zachowuje się zgodnie z teorią I rzędu - promienie nie przecinają się ponownie w jednym punkcie obrazu.

Promienie skrajne (duże  $\theta$ ), przechodzące przez zewnętrzną strefę soczewki skupiają się w punkcie leżącym bliżej soczewki niż promienie przyosiowe (małe  $\theta$ ), przechodzące przez środek soczewki (Rys.2).



**Rys.2** Powstawanie aberracji sferycznej

Miarą podłużnej aberracji sferycznej danej strefy soczewki jest odległość mierzona wzdłuż osi optycznej pomiędzy punktem przecięcia promieni, które przeszły przez badaną strefę soczewki, a punktem przecięcia promieni przyosiowych. Podłużna aberracja sferyczna zmienia się w przybliżeniu proporcjonalnie do kwadratu promienia  $h$  strefy soczewki, przez którą przechodzi światło:

$$\Delta y \sim h^2 \quad (3)$$

Podłużna aberracja sferyczna zależy również od odległości przedmiotu od soczewki  $x$  i z tego względu dla jednoznaczności określenia umawiamy się, że wyznacza się ją dla przedmiotu umieszczonego w bardzo dużej odległości od soczewki ( $x/h \gg 1$ ). Pomijając obliczenia teoretyczne, można podać relację określającą podłużną aberrację sferyczną dla soczewki płasko-wypukłej, na którą pada równoległa wiązka światła

$$\Delta y = y(0) - y(h) = \frac{1}{2} \left( \frac{n}{n-1} \right)^2 \left( \frac{h}{f_0} \right)^2 f_0 \quad (4)$$

gdzie:  $n$  jest współczynnikiem załamania światła materiału soczewki,  $f_0$  - ogniskową soczewki dla promieni przyosiowych ( $h \rightarrow 0$ ).

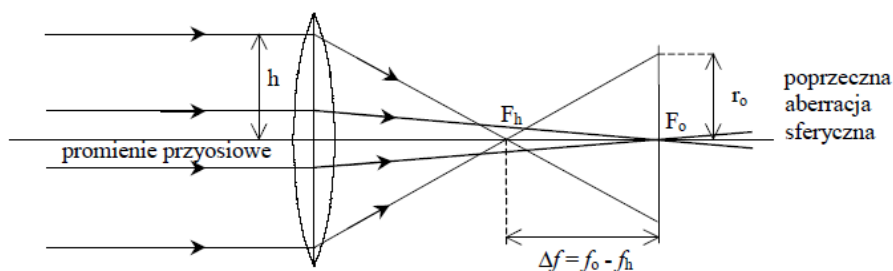
Duża odległość przedmiotu od soczewki (wiązka padająca na soczewkę jest prawie równoległa) sprawia, że umowną miarą aberracji podłużnej danej strefy jest różnica między ogniskowymi dla promieni przyosiowych i promieni przechodzących przez badaną strefę (wzór (4) i rys.3)

$$\Delta y = \Delta f = f_0 - f_h \quad (5)$$

Przyjęto, że podłużna aberracja sferyczna ma wartość dodatnią, gdy promienie skrajne przecinają oś bliżej soczewki niż promienie przyosiowe, w przeciwnym przypadku wartość aberracji podłużnej przyjmuje się za ujemną (stąd w relacji (5) od  $f_0$  odejmujemy  $f_h$  a nie odwrotnie).

Gdy na soczewkę pada szeroka równoległa wiązka światła monochromatycznego, zamiast ogniska punktowego obserwujemy na ekranie prostopadłym do osi soczewki krążek świetlny. Promień krążka  $r_0$  w płaszczyźnie ogniskowej  $F_0$  jest miarą tzw. poprzecznej aberracji sferycznej (Rys.3).

Znając wartość aberracji podłużnej i promień badanej strefy soczewki można wyliczyć wartość aberracji poprzecznej.



**Rys. 3** Aberracja sferyczna podłużna i poprzeczna.

Z rysunku 3 wynika zależność

$$\frac{r_0}{\Delta f} = \frac{h}{f_h}$$

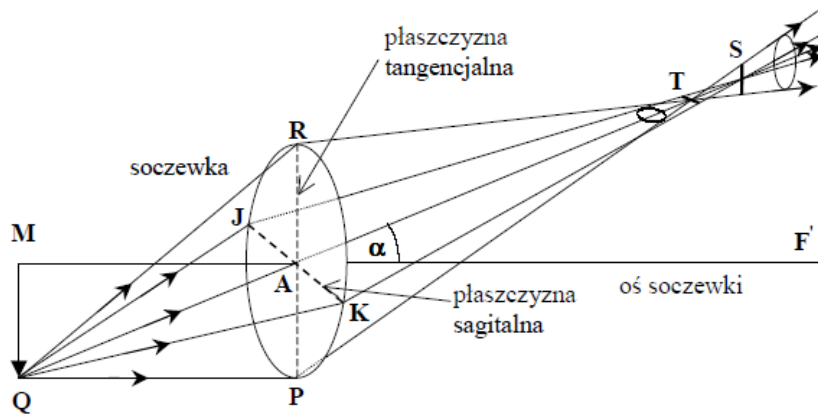
stąd

$$r_0 = \frac{h}{f_h} \Delta f$$

**Astygmatyzm.**

Jeżeli dwa pierwsze poprawkowe wyrażenia Seidel'a są równe zero, wszystkie promienie wychodzące z punktów leżących na osi lub bardzo blisko soczewki będą tworzyć obrazy punktowe i nie wystąpi ani aberracja sferyczna, ani tzw. koma.

Jeżeli jednak przedmiot punktowy umieszczony jest poza osią optyczną soczewki, punktowy obraz zostanie utworzony tylko wtedy, gdy również trzecie wyrażenie Seidel'a będzie równe zero. W przeciwnym wypadku mówi się, że soczewka obrazowa jest obarczona astygmatyzmem, a o obrazie mówimy, że jest astygmatyczny (stigma - z greckiego oznacza punkt).



**Rys.4** Tworzenie obrazu astygmatycznego przez soczewkę

Wiązka świetlna padająca na soczewkę wychodzi z punkowego przedmiotu Q leżącego w pewnej odległości od osi soczewki. Wszystkie promienie zawarte w płaszczyźnie głównej soczewki tzn. przechodzącej przez promień główny i oś optyczną soczewki (w płaszczyźnie tangencjalnej) przecinają się w punkcie T, natomiast promienie zawarte w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny głównej (sagitalnej), przecinają się w punkcie S. Płaszczyzny tangencjalna i sagitalna przecinają soczewkę odpowiednio wzdłuż odcinków RP i JK. Ze względu na to, że punkt przecięcia dla promieni biegnących w płaszczyźnie sagitalnej leży dalej niż dla promieni w płaszczyźnie tangencjalnej, w punkcie T powstaje tzw. obraz tangencjalny w kształcie odcinka prostopadłego do płaszczyzny głównej (na rys.4 odcinek poziomy), natomiast w punkcie S powstaje obraz sagitalny – odcinek prostopadły do poprzedniego, leżący w płaszczyźnie głównej (na rys.4 odcinek pionowy). Promienie zawarte w płaszczyznach pośrednich będą również przechodzić przez te dwa obrazy liniowe w punktach T i S. W położeniach pośrednich między T i S obraz jest elipsą. W punkcie leżącym w przybliżeniu pośrodku między T i S obie osie elipsy są równe - obraz jest postacią koła, które nazywamy kołem najmniejszego zniekształcenia.

Miarą astygmatyzmu jest odległość między obrazem tangencjalnym i sagitalnym mierzona wzdłuż promienia głównego (promień główny - taki, który przechodzi przez punkt przedmiotowy i środek soczewki). Odległość ta zwana również różnicą astygmatyczną bardzo nieznacznie zależy od odległości przedmiotu świecącego od soczewki. Astygmatyzm rośnie w przybliżeniu proporcjonalnie do tangensa kąta nachylenia promienia głównego względem osi optycznej soczewki.

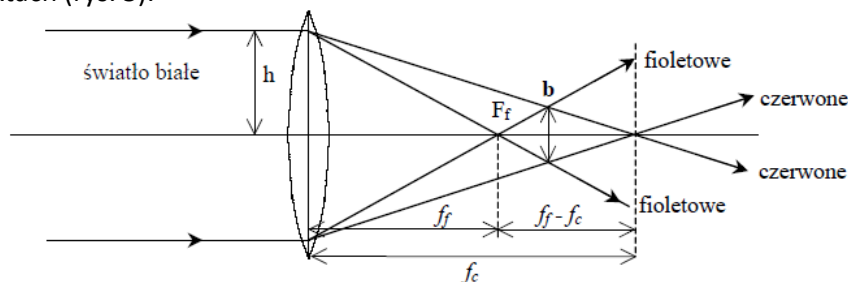
$$a \sim \text{tg}(\alpha) \tag{6}$$

Mówimy, że wartość astygmatyzmu jest dodatnia, gdy obraz tangencjalny (główny) powstanie bliżej soczewki niż obraz sagitalny (drugorzędny). W przeciwnym wypadku - wartość astygmatyzmu jest ujemna.

### Aberracja chromaticzna.

Wady soczewek wynikające z teorii III-ego rzędu dotyczą światła monochromatycznego – nie uwzględnia się zależności współczynnika załamania od długości fali światła. Wartości współczynników załamania wszystkich optycznych materiałów rosną wraz ze zmniejszaniem się długości fali światła ulegającego załamaniu.

Wielkość  $\frac{dn}{d\lambda}$  nazywa się dyspersją danego środowiska (np. szkła soczewki). Dyspersja zależy od typu szkła, jest również funkcją długości fali. Ponieważ do wzoru na ogniskową soczewki wchodzi współczynnik załamania materiału soczewki  $n$ , więc wartość ogniskowej będzie różna dla światła o różnej długości fali. (o różnych barwach). Z tego względu promienie światła o różnych barwach padające jako wiązka równoległa na soczewkę zbierającą, przecinają się po przejściu przez soczewkę w różnych punktach (rys. 5).



Rys.5 Aberracja chromaticzna

Najkrótszą ogniskową mają promienie fioletowe, najdłuższą - czerwone. Za miarę podłużnej aberracji chromaticznej przyjmuje się wartość  $f_c - f_f$ , gdzie  $f_c$  - ogniskowa dla światła czerwonego (linii C Fraunhofera  $\lambda = 656,3$  nm),  $f_f$  - ogniskowa dla światła fioletowego (linii F Fraunhofera  $\lambda = 486,1$  nm). Aberracja chromaticzna powoduje zabarwienie krawędzi obrazów obserwowanych w świetle białym. W przypadku pokazanym na rysunku 5, na ekranie umieszczonym w ognisku  $F_f$  otrzymamy krążek o czerwonym zabarwieniu krawędzi, a w ognisku  $F_c$  - o fioletowym zabarwieniu krawędzi. Najmniejszą średnicę krążka otrzymuje się między  $F_c$  i  $F_f$  ( $b$  na rysunku 5). Jest ona miarą poprzecznej aberracji chromaticznej.

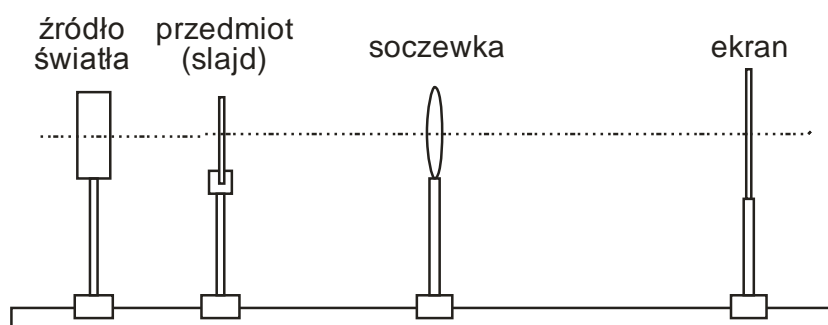
Podłużną aberrację chromaticzną można wyznaczyć przez pomiar  $f_f$  i  $f_c$ . Znając z kolei wartość podłużnej aberracji chromaticznej oraz długość jednej z ogniskowych  $f_c$  lub  $f_f$  można wyznaczyć wartość poprzecznej aberracji chromaticznej wg wzoru:

$$b = 2 \frac{f_c - f_f}{f_c + f_f} h \quad (6)$$

gdzie  $h$  jest promieniem strefy soczewki, przez którą przechodzi światło (patrz rys. 5).

### 5. Układ pomiarowy

Układ pomiarowy oraz rozmieszczenie poszczególnych jego elementów pokazuje rysunek 6. Poniżej zebrano wskazówki ułatwiające zestawienie układu do pomiaru poszczególnych aberracji.



Rys.6 Układ do pomiaru aberracji sferycznej, astygmatyzmu i aberracji chromaticznej

### Aberracja sferyczna

- barwa światła niebieska lub czerwona
- przesłona przy źródle światła strzałka
- soczewka w oprawie posiadającej prowadnicę do zmiany przesłon z otworami w kształcie pierścieni w różnej odległości od środka soczewki (większa z dwu soczewek)

### Aberracja chromatyczna

- barwa światła niebieska i czerwona
- przesłona przy źródle światła strzałka
- soczewka w oprawie umożliwiającej wstawienie przesłony z szeregiem otworków kołowych rozmieszczonych symetrycznie względem środka (mniejsza z dwu soczewek)

### Astygmatyzm

- barwa światła niebieska lub czerwona
- przesłona przy źródle światła krzyż
- soczewka w oprawie umożliwiającej wstawienie przesłony z szeregiem otworków kołowych rozmieszczonych symetrycznie względem środka (mniejsza z dwu soczewek)

## 6. Pomiary i obliczenia.

### Aberracja sferyczna - podłużna i poprzeczna

1. Umieścić na ławie optycznej źródło światła (inne niż białe) oraz przesłonę z wyciętą strzałką lub krzyżem.
2. Ustawić soczewkę między ekranem a źródłem światła i przesłonić ją przesłoną z jednym otworem w środku.
3. Po utworzeniu ostrego obrazu na ekranie znaleźć odległości: świecącej strzałki i ekranu od środka optycznego soczewki, odpowiednio  $x_0$  i  $y_0$  (w przybliżeniu wszystkie pomiary wykonywać od brzegu koników na ławie optycznej).
4. Pomiary opisane w punkcie 3 wykonać dla pięciu różnych wartości  $x_0$  i  $y_0$ .
5. Wyznaczyć ogniskową soczewki  $f_0$ .
6. W sposób opisany w punktach 2, 3, 4, wyznaczyć ogniskowe dla innych stref soczewki  $f_1, f_2, f_3$ , używając przesłon z otworami w kształcie pierścieni rozmieszczonych coraz dalej od środka.
7. Wyznaczyć przy pomocy suwmiarki promienie stref soczewki  $h_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), przez które przechodzi światło (tj. mierzymy średnicę i dzielimy na pół). Wyniki umieścić w tabeli.
8. Obliczyć wartość podłużnej aberracji sferycznej dla różnych stref soczewki i sporządzić wykresy:
  - a)  $\Delta f = G(h) \frac{\Delta f}{f_0} = W \left( \frac{h}{f_0} \right)$
  - b)  $\frac{\Delta f}{f_0}$  i  $\frac{h}{f_0}$  wyrazić w procentach.
9. Obliczyć wartość poprzecznej aberracji sferycznej dla  $h_{\max} = h_3$  ze wzoru
$$r_0 = \frac{h_3}{f_3} \Delta f_3$$
10. Przeprowadzić rachunek błędów.

### Aberracja chromatyczna - podłużna i poprzeczna.

Z powodu braku możliwości wyznaczenia  $f_c$  i  $f_f$  dla odpowiednich linii Fraunhofera, należy wyznaczyć aberrację chromatyczną dla światła czerwonego i niebieskiego.

1. Umieścić na ławie optycznej czerwone źródło światła oraz przesłonę z wyciętą strzałką lub krzyżem.
2. Ustawić na ławie optycznej soczewkę oraz przesłonę w kształcie pierścienia.
3. Wyznaczyć pięciokrotnie ogniskową  $f_c$ .
4. Powtórzyć pomiary dla światła niebieskiego i wyznaczyć ogniskową  $f_f$ .
4. Obliczyć wartość podłużnej aberracji chromatycznej  $\Delta f = f_c - f_f$  i wyrazić ją w procentach względem "średniej" wartości ogniskowej  $f = (f_c + f_f)/2$ , tj.:

$$\frac{\Delta f}{f} = 2 \frac{f_c - f_f}{f_c + f_f}$$

5. Obliczyć wartość poprzecznej aberracji chromatycznej na podstawie pomiarów wg. wzoru (6).
6. Przeprowadzić rachunek błędów.

### Astygmatyzm

1. Umieścić na ławie optycznej dowolne źródło światła oraz przesłonę z wyciętym krzyżem.
2. Ustawić na ławie optycznej soczewkę w takim położeniu, aby obraz świecącego krzyża znajdował się na osi optycznej soczewki (przy kącie skręcenia soczewki  $\alpha = 0$ ). Na ekranie powinien powstać ostry obraz krzyża, leżący również na osi optycznej soczewki.
3. Skręcić soczewkę o kąt  $\alpha_1 = 10^\circ$  (promień główny wychodzący z przedmiotu jest wówczas nachylony pod kątem  $\alpha_1$  względem osi soczewki). Przesuwając ekran, znaleźć takie jego położenia, przy których powstają obrazy liniowe: pionowy i poziomy. Wyznaczyć odległość między obu położeniami

$$d = a^+ - a^-$$

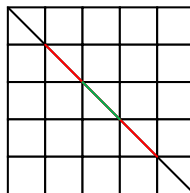
$a^+, a^-$  - odczytane na podziałce dwa położenia ekranu.

5. Powtórzyć pomiary opisane w punkcie 4 dla kątów  $\alpha = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ .
6. Pomiary z punktów 4 i 5 powtórzyć skręcając soczewkę w przeciwną stronę.

**UWAGA: przed przystąpieniem do pomiarów należy sprawdzić czy soczewka daje symetryczne obrazy przy skręceniu w prawo i w lewo.**

### Dystorsja

1. Umieścić na ławie optycznej dowolne źródło światła oraz przesłonę z wyciętą siatką kwadratową.
2. Ustawić na ławie optycznej soczewkę.
3. Ustawić ekran w takiej odległości od soczewki aby uzyskać na nim obraz obiektu.
4. Dokonać pomiaru stopnia dystorsji przez porównanie długości przekątnej siatki kwadratów przechodzącej przez środek osi optycznej układu.
5. Wyniki pomiaru nanieść na wykres gdzie na jednej osi jest zaznaczona długość przekątnej na przesłonie a na drugiej długość przekątnej na ekranie.



### Koma

1. Umieścić na ławie optycznej dowolne źródło światła oraz przesłonę z małym otworkiem.
2. Ustawić na ławie optycznej soczewkę.
3. Ustawić ekran w takiej odległości od soczewki aby uzyskać na nim obraz obiektu.
4. Skręcając soczewkę raz w jedną raz w drugą stronę zaobserwować komę.



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

