

# Pracownia dydaktyki fizyki

## **Mechanika**

### Instrukcja dla studentów

Tematy doświadczeń:

- I. Wyznaczanie przyspieszenia grawitacyjnego z wykorzystaniem wahadła matematycznego i w swobodnym spadaniu
- II. Badanie II zasady dynamiki na torze powietrznym oraz z wykorzystaniem chronografu lub stopera
- III. Badanie zasady zachowania pędu w zderzeniach sprężystych i niesprężystych
- IV. Badanie ruchu obrotowego z wykorzystaniem wahadła Oberbecka.
- V. „Drobiazgi” mechaniczne

# I Wyznaczanie przyspieszenia grawitacyjnego z wykorzystaniem wahadła matematycznego i w swobodnym spadaniu ciał.

## Doświadczenie 1

Celem doświadczenia jest wyznaczenie przyspieszenia grawitacyjnego różnymi metodami, ocena przydatności każdej z metod, analiza źródeł błędów w każdej z nich.

**Metoda 1** – wykorzystanie wahadła matematycznego

*Przyrządy:* cienki sznurek o długości ponad 1 m, obciążnik, statyw, stoper, linijka.

*Przebieg doświadczenia:*

Obciążnik na długim sznurku można traktować jako wahadło matematyczne. Należy zamocować je na statywie i wprowadzić w ruch drgający o małej amplitudzie. Zmierzyć czas kilku (na przykład 10) okresów ruchu i obliczyć czas jednego okresu. Zmierz długość sznureczka do którego przymocowany jest obciążnik.

Okres wahań wahadła  $T$  zależy od długości sznurka  $l$  i przyspieszenia grawitacyjnego  $g$

stąd

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$
$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

$l$ – długość wahadła	$n$ – liczba wahań	$t$ – czas ruchu	$T = t/n$ – okres	$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$

Wykonaj trzy serie pomiarów

**Metoda 2** – spadająca piłka.

Ciała w próżni spadają z jednakowym przyspieszeniem, które nie zależy od ich masy i kształtu. Jest to przyspieszenie grawitacyjne. W powietrzu ruch spadających przedmiotów jest wynikiem dodania dwóch sił: grawitacyjnej i oporów ruchu, które zależą od kształtu ciała i jego prędkości. Celem tej części doświadczenia jest zbadanie, jakie czynniki mają wpływ i jak jest on duży na wynik wyznaczania przyspieszenia grawitacyjnego przez pomiar czasu spadania i wysokości, z jakiej ciał jest puszczane.

*Przyrządy:* taśma miernicza, stoper, piłki, kulka metalowa

*Przebieg doświadczenia:*

Należy wykonać kilkanaście prób, używając różnych ciał, puszczając je swobodnie z różnych wysokości.

Tabela pomiarowa

	$h$ – wysokość	$t$ – czas	$g = \sqrt{\frac{2h}{t^2}}$ ,
I ciało			
II ciało			
III ciało			
IV ciało			

Wymagania do kolokwium: *Swobodne spadanie ciał, ruch drgający.*

## II. Badanie II zasady dynamiki na torze powietrznym oraz z wykorzystaniem chronografu

Celem doświadczenia będzie zbadanie, od czego zależy przyspieszenie w ruchu ciała będącego pod działaniem nie zrównoważonej siły z wykorzystaniem różnych metod pomiarowych.

### Doświadczenie 2

*Przyrządy:* tor powietrzny, wózek, obciążniki, stoper, bloczek, mocna nić.

*Przebieg doświadczenia:*

Część pierwsza.

Badamy, czy przyspieszenie układu wózek i obciążniki zależy od wartości siły. Siłą, która będzie powodowała ruch przyspieszony układu jest siła ciężkości obciążników. Wartość nie zrównoważonej siły ciężkości będzie tym większa, im większa będzie liczba obciążników.

W zaproponowanym układzie wartości przyspieszenia nie można zmierzyć bezpośrednio. Można je wyznaczyć pośrednio, mierząc drogę i czas ruchu. Ponieważ jest to ruch jednostajnie przyspieszony bez prędkości początkowej, więc:

$$s = \frac{at^2}{2} \quad \text{stąd} \quad a = \frac{2s}{t^2},$$

gdzie  $s$  – długość drogi,  $t$  – czas ruchu.

Tabela pomiarów

Siła	Czas	Czas średni $t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$	Przyspieszenie $a = \frac{2s}{t^2}$
$F_0 =$ ciężar jednego obciążnika	1. 2. 3.		
$2F_0$	1. 2. 3.		
$3F_0$			
$4F_0$			
$5F_0$			

Na podstawie otrzymanych wyników należy sporządzić wykres zależności przyspieszenia od siły.

Część druga.

Badamy, czy przyspieszenie zależy od masy układu – wózek i obciążniki. Zwiększać masę układu będziemy przez dokładanie do wózka ciężarków o masie równej masie wózka. Liczba obciążników na końcu nici będzie w tej części doświadczenia stała. Siła powodująca ruch

układu będzie miała niezmienną stałą wartość. Pomiar przyspieszenia będzie wykonywany tak samo jak poprzednio.

Tabela pomiarów

Masa	Czas	Czas średni $t = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$	Przyspieszenie $a = \frac{2s}{t^2}$
$m_0 =$ masa wózka	1. 2. 3.		
$2m_0$	1. 2. 3.		
$3m_0$			
$4m_0$			

Masa jest wielkością charakteryzującą ciało i mówi nam, jak jest ono bezwładne, jak trudno zmienić jego stan – stan ruchu lub stan spoczynku. Jeśli na dwa ciała, działa taka sama siła, to większe będzie przyspieszenie tego z nich, które ma mniejszą masę.

Przeprowadzone doświadczenie doprowadziło nas do wniosków, które stanowią treść II zasady dynamiki. Brzmi ona następująco:

Jeśli na ciało działa niezrównoważona siła, to porusza się ono z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do działającej siły i odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała.

$$a = \frac{F}{m}$$

### Doświadczenie 3

Inną metodą pomiaru przyspieszenia w opisanym wyżej układzie doświadczalnym jest metoda wykorzystująca chronograf. Chronograf jest urządzeniem, które na przesuwającej się w nim taśmie, stawia kropki w równych odstępach czasu. Ten czas to 0,1s. Mierzac odległość pomiędzy najbliższymi kropkami można wyznaczyć prędkość średnią, jaka ma ciało do którego przyczepiona jest taśma. Mając dwie prędkości średnie i czas pomiędzy nimi, można wyznaczyć przyspieszenie z definicji.

### **III. Badanie zasady zachowania pędu w zderzeniach sprężystych i niesprężystych.**

Jedno z najładniejszych doświadczeń, jakie znam, jest takie:

Na torze powietrznym lub gładkim blacie stoi wózek, drugi wózek o masie równej pierwszemu, rozpędzony, zderza się ze stojącym. Zderzaki obu wózków są tak zrobione, że zderzenie jest sprężyste.

Zderzenie sprężyste, to znaczy takie, w którym całkowita energia kinetyczna przed zderzeniem jest równa całkowitej energii kinetycznej po zderzeniu. W zderzeniu niesprężystym część energii kinetycznej zostaje zużyta na odkształcenie zderzających się ciał.

W wyniku zderzenia wózek, który się poruszał, zatrzymuje się – po prostu staje jak wryty, a ten, który stał – odskakuje. Mierząc czas ruchu pierwszego i drugiego wózka oraz drogę, można obliczyć prędkość każdego z nich.

Analizując te doświadczenia, można postawić hipotezę, że istnieje prawo zachowania, czyli stałości prędkości w zderzeniach ciał. Innymi słowy, prędkość przed zderzeniem musi być równa prędkości po zderzeniu. Wystarczy jednak nieco zmienić warunki eksperymentu i okaże się, że hipoteza była błędna, że nie ma takiego prawa.

Wykonajmy kilka doświadczeń, które pokażą błędność tej hipotezy i pozwolą na sformułowanie bardziej ogólnych wniosków.

#### **Doświadczenie 4**

*Przyrządy:* wózki ze zderzakami do zderzeń sprężystych, tor powietrzny, zegary elektroniczne połączone z fotokomórkami, nitka, zapalki.

*Przebieg doświadczenia*

Ustaw dwa wózki o jednakowej masie na środku toru (lub blatu) zderzakami sprężystymi ku sobie. Następnie połącz ze sobą zderzaki nicią tak, by były napięte. Nitkę przepal i odczytaj wskazania zegarów.

#### **Doświadczenie 5**

*Przyrządy* – jak poprzednio

Wykonaj jeszcze raz poprzedni eksperyment, z tym, że jeden z wózków niech będzie dwa razy cięższy. Zmierz czas.

#### **Doświadczenie 6**

*Przyrządy:* wózki ze zderzakami do zderzeń niesprężystych, tor powietrzny zegary połączone z fotokomórkami.

*Przebieg doświadczenia*

Weźmy do doświadczenia dwa jednakowe wózki zaopatrzone w zderzaki, które gwarantują zlepianie się ich po zetknięciu. Niech zderzenie nastąpi na środku toru. Wózek I przed

zderzeniem porusza się, wózek 2 stoi w miejscu. Po zderzeniu oba (złączone razem) jadą do brzegu toru. Porównajmy prędkości wózków przed zderzeniem i po nim, mierząc czasy ruchu.

Analiza wyników doświadczeń wskazuje, że w oddziaływaniach mechanicznych nie ma prawa stałości prędkości ciał. To, jaka była prędkość ciał po zderzeniu, zależało od ich masy. Wprowadźmy więc wielkość, która łączy masę i prędkość. Ta wielkość nazywa się pędem ciała i jest definiowana jako iloczyn masy i prędkości.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Zwrot i kierunek wektora pędu pokrywają się ze zwrotem i kierunkiem wektora prędkości.

Pęd można również określić dla układu ciał (lub punktów materialnych). Będzie on wektorową sumą pędów poszczególnych ciał (lub punktów materialnych) wchodzących w skład tego układu.

Przeanalizujmy pęd układu wózków oddziałujących w przeprowadzonych przed chwilą doświadczeniach. Oznaczmy:  $p_p$  – pęd układu wózków przed oddziaływaniem.  $p_k$  – pęd układu wózków po oddziaływaniu. W doświadczeniu przytoczonym na samym wstępie jeden wózek poruszał się, drugi stał w miejscu. Pęd początkowy układu był równy pędowi pierwszego wózka. Po zderzeniu wózki wymieniły się pędami.

Przeanalizujmy jeszcze przez chwilę doświadczenia, w których wózki zderzały się niesprężysto. Pęd początkowy układu – to pęd pierwszego wózka, pęd końcowy – to pęd wózków połączonych.

A teraz dla sprawdzenia tej zasady wykonaj doświadczenie, w którym zderzą się sprężysto na torze powietrznym dwa wózki o różnych masach.

## Doświadczenie 7

*Przyrządy:* Wózki o różnych masach ze zderzakami do zderzeń sprężystych, zegary połączone z fotokomórkami.

*Przebieg doświadczenia:*

Doprowadź do zderzenia sprężystego wózka o masie  $m_0$  z wózkiem o masie dwukrotnie większej i odczytaj czasy ich ruchu przed i po zderzeniu. Będą to trzy wielkości mierzone dwoma zegarami. Zasada zachowania pędu ma w tym wypadku postać:

$$m_0v_1 = 2m_0v_2 - m_0v_3 .$$

Ponieważ droga każdego wózka jest taka sama, więc do porównania prędkości wystarczy pomiar czasów.

We wszystkich eksperymentach ruch odbywał się wzdłuż jednej prostej. Siła ciężkości była zrównoważona przez nadmuch toru powietrznego lub siłę sprężystości podłoża. Jedynym oddziaływaniem pomiędzy wózkami było ich zderzenie sprężyste lub niesprężyste. Wózki oddziałujące w naszych doświadczeniach są przykładem układu odosobnionego. Układ odosobniony – to znów pewien model, pewna idealizacja. Jest to układ, na który nie działają żadne niezrównoważone siły zewnętrzne, a jedynymi siłami zmieniającymi położenie ciał są siły oddziaływania wewnętrznego, oddziaływania ciał wchodzących w skład tego układu.

Po tych wyjaśnieniach i uzupełnieniach możemy przystąpić do sformułowania zasady zachowania pędu:

W układzie odosobnionym pęd układu ciał jest stały.

Zastanówmy się w jaki sposób może dokonać się zmiana pędu pojedynczego ciała. Oczywiście, stanie się to wtedy, gdy będzie na nie działać nie zrównoważona siła, która spowoduje zmianę prędkości ciała  $\Delta v$ :

$$m\Delta v = \Delta p .$$

Taka zmiana dokonuje się w czasie  $\Delta t$ . Dzieląc, obie strony powyższego równania przez ten czas uzyskujemy:

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Ale  $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$  – to przyspieszenie. Czyli

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Stąd wniosek, że:

tylko nie zrównoważona siła może spowodować zmianę pędu ciała.



## IV. Badanie ruchu obrotowego z wykorzystaniem wahadła Oberbecka.

Wiesz już, że aby bryła sztywna poruszała się ruchem obrotowym jednostajnie przyspieszonym lub opóźnionym, musisz przyłożyć do niej w odpowiedni sposób siłę. Odpowiedni to znaczy taki, że

moment tej siły względem osi obrotu jest niezerowy.

Wielkością, która mówi o tym, jak zmienia się prędkość kątowa w ruchu obrotowym zmiennym jest przyspieszenie kątowe  $\varepsilon$ . Postaramy się teraz znaleźć związek między przyspieszeniem kątowym a przyspieszeniem liniowym punktów bryły, która obraca się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Analizując ruch jednostajny obrotowy, znaleźliśmy związek pomiędzy prędkością liniową punktów bryły, a jej prędkością kątową.

Przypomnijmy, że:

$$v = \omega r .$$

Obliczając dwustronnie pochodną względem czasu otrzymujemy:

$$a = \varepsilon r .$$

Przyspieszenie liniowe punktów bryły oddalonych od osi obrotu o  $r$  jest wprost proporcjonalne do przyspieszenia kątowego. Naszej wyobraźni pomoże rysunek przedstawiający krążek, na który nawinięta jest ciasno nić obciążona na końcu. Jeśli ciężarek porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem  $a$ , to każdy punkt nici ma także takie przyspieszenie. Jednocześnie część nici jest nawinięta i jej punkty biorą wraz z krążkiem udział w ruchu obrotowym z przyspieszeniem  $\varepsilon$ .

Do badania ilościowego ruchu obrotowego jednostajnie zmiennego służy przyrząd zwany wahadłem Oberbecka. Jest to rodzaj krzyżaka, który umieszczony jest na cienkim walcu. Na czterech ramionach umocowane są krążki. Rozmieszczenie krążków względem osi obrotu może być zmieniane.

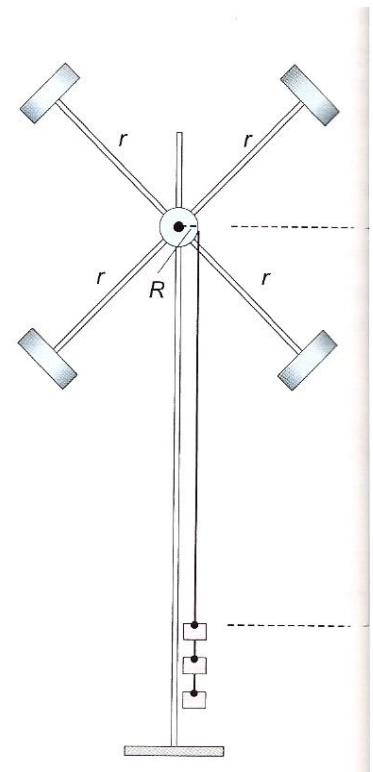
### Doświadczenie 8

Celem tego doświadczenia będzie badanie zależności przyspieszenia kątowego od momentu siły w ruchu obrotowym bryły sztywnej.

*Przyrządy:* wahadło Oberbecka, statyw, gruba nić (sznurek), obciążniki, stoper, linijka.

Przebieg doświadczenia:

Siłą, której moment powoduje ruch obrotowy wahadła Oberbecka, jest siła napięcia nici nawiniętej na walec, przez który przechodzi oś wahadła. Siła napięcia nici dla małych przyspieszeń z dobrym przybliżeniem jest proporcjonalna do ciężaru obciążników przyczepionych do jej końca. Jak zmierzyć przyspieszenie kątowe? Nie można tego zrobić bezpośrednio, nie ma przyrządu do mierzenia



tej wielkości. Można to zrobić metodą pośrednią, wykorzystując fakt, że ciężarek opada ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem, którego wartość można wyznaczyć mierząc drogę i czas potrzebny na jej pokonanie. Ponieważ nić jest ściśle nawinięta na walec, wobec tego prędkość liniowa i przyspieszenie liniowe punktów leżących na powierzchni walca są takie same, jak przyspieszenie i prędkość ciężarka. Przyspieszenie kątowe  $\varepsilon$  powiązane jest z przyspieszeniem liniowym  $a$  zależnością:

$$a = \varepsilon R$$

$R$  – promień walca, na który nawinięta jest nić.

Tak więc, żeby zbadać, jak zmienia się przyspieszenie kątowe w zależności od momentu siły, która powoduje ruch, musisz obliczyć na podstawie pomiarów czasu i drogi przyspieszenie liniowe, a następnie dzieląc je przez promień walca  $R$  uzyskasz przyspieszenie kątowe wahadła. Doświadczenie powtórzysz kilkakrotnie dla różnych wartości obciążenia zawieszonoego na końcu nici. Zwiększając obciążenie dwu-, trzy-, czterokrotnie, zmieniać będziesz moment siły.

Tabela pomiarów

$R$  – promień walca ...

$l$  – droga przebyta przez ciężarek równa długości nici .

$P$ – ciężar obciążników	$t$ – czas ruchu	$a = \frac{2l}{t^2}$	$\varepsilon = \frac{a}{R}$

Wygodnie jest obciążać nić najpierw jednym odważnikiem, potem dwoma o jednakowej masie, potem trzema również jednakowymi i tak dalej. Siła napięcia nici, a co za tym idzie moment tej siły, będzie się zwiększać dwu-, trzy-, czterokrotnie. Uzyskane wyniki zaznacz na wykresie, na którego osiach będą: przyspieszenie kątowe i moment siły.

Przyspieszenie kątowe bryły sztywnej jest wprost proporcjonalne do wypadkowego momentu przyłożonych do niej sił.

A teraz pobawmy się trochę wahadłem Oberbecka! Przesuń krążki, które były na końcach wahadła, ku jego środkowi. Najpierw umieść je w połowie długości ramion, potem blisko osi. Ułożenie powinno być za każdym razem symetryczne względem osi obrotu. Nawiń nitkę na oś i zawieś obciążnik. Obserwuj ruch wahadła, porównuj przyspieszenie na razie bez wykonywania pomiarów. Czy widzisz różnicę w ruchu obrotowym wahadła przy różnych ułożeniach krążków? A przypomnij sobie tancerkę, która wykonuje piruet. Czy udało Ci się zauważyć, że jej prędkość kątowa jest inna, gdy ma ręce blisko ciała, a zupełnie inna, kiedy je z wdziękiem rozkłada? Przykłady można mnożyć, a wszystkie prowadzą do wniosku, że na ruch obrotowy bryły istotny wpływ ma rozłożenie masy względem osi obrotu.

Wielkością, która charakteryzuje ten właśnie rozkład masy, jest **moment bezwładności bryły**. Zależy on tylko od masy ciała i jego wymiarów. Moment bezwładności jest zdefiniowany jako suma iloczynów elementów masy i kwadratów odległości tych mas od osi obrotu (rys ?).

$$I = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \dots + \Delta m_n r_n^2 ,$$

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2$$

Jeśli zastosujemy tę definicję do obliczenia momentu bezwładności wahadła Oberbecka, to otrzymamy:

$$I = 4mr^2 ,$$

gdzie  $m$  – masa pojedynczego krążka,  $r$  – a odległość krążka od osi obrotu (zaniedbujemy masę ramion wahadła).

Spróbujmy zbadać, jak zależy przyspieszenie kątowe bryły od rozmieszczenia masy, czyli od momentu bezwładności tej bryły.

Przebieg doświadczenia będzie podobny do tego, które wykonywaliśmy przed chwilą. Metoda pomiaru przyspieszenia kąowego będzie taka sama, to znaczy mierzymy czas ruchu obciążnika, obliczamy przyspieszenie liniowe, a potem przyspieszenie kąowe. Nie będziemy zmieniać wartości momentu siły. Natomiast będziemy zmieniać moment bezwładności wahadła przez zmianę rozmieszczenia krążków.

Tabela pomiarów

$R$  – promień walca

$l$  – droga przebyta przez ciężarek równa długości nici

$m$  – masa jednego krążka.

$t$ – czas ruchu	$a = \frac{2l}{t^2}$	$\varepsilon = \frac{a}{R}$	$r$ – odległość krążka od osi	$I = 4mr^2$

Wyniki doświadczenia nanieś na wykres.

Wniosek ogólny możemy sformułować następująco:

Jeśli na bryłę sztywną działają siły, których wypadkowy moment jest stały i różny od zera, to porusza się ona ruchem obrotowym jednostajnie zmiennym z przyspieszeniem (lub opóźnieniem) kątowym wprost proporcjonalnym do momentu . Współczynnikiem proporcjonalności pomiędzy momentem siły a przyspieszeniem kąowym jest moment bezwładności.

$$\varepsilon = \frac{M}{I}$$

Pamiętaj jednak o tym, że rozkład masy bryły sztywnej czyli moment bezwładności względem określonej osi też jest stały i jest cechą charakterystyczną ciała. To, że przyspieszenie kątowe jest odwrotnie proporcjonalne do momentu bezwładności, ma istotny sens fizyczny w dwu wypadkach, mianowicie, gdy porównujemy ruch obrotowy kilku brył o różnych momentach bezwładności pod działaniem identycznego momentu siły lub gdy moment bezwładności opisywanej bryły może się zmieniać (jak było to w przypadku wahadła Oberbecka).

## V. „Drobiazgi” mechaniczne

- a. Pokazanie i zmierzenie siły tarcia przy pomocy siłomierza, wyznaczenie współczynnika tarcia z wykorzystaniem równi pochyłej.
- b. Pomysłowe mierzenie różnych prędkości.
- c. Składanie sił – równowaga sił.
- d. Demonstrowanie siły bezwładności.
- e. Badanie siły dośrodkowej.
- f. Wyznaczanie masy ciała z wykorzystaniem dźwigni.
- g. Ilustracja zasady względności Galileusza na torze powietrznym.