

Ćwiczenie nr 3

PRAWO OHMA I KIRCHHOFFA

Instrukcja dla studenta

I. WSTĘP

Celem ćwiczenia jest przypomnienie podstawowych praw rządzących przepływem prądu stałego w obwodach elektrycznych – prawa Ohma i Kirchhoffa – oraz ich weryfikacja przez pomiary napięcia i natężenia prądu. Ważnym elementem ćwiczenia jest także nabycie umiejętności posługiwania się miernikami napięcia, oporności i natężenia prądu, a także określania dokładności, z jakimi przyrządy te pozwalają mierzyć odpowiednie wielkości fizyczne.

Zgodnie z **prawem Ohma** różnica potencjałów U , czyli napięcie elektryczne między dwoma końcami przewodnika jest proporcjonalne do natężenia I prądu płynącego przez przewodnik, czyli

$$U = RI,$$

gdzie współczynnik proporcjonalności R zwany jest oporem lub opornością przewodnika. Jednostką oporności w układzie SI jest 1 Ohm (1Ω). Opór jednorodnego przewodnika w kształcie drutu o jednakowym przekroju wzdłuż całej jego długości L jest proporcjonalny do długości odcinka drutu i odwrotnie proporcjonalny do pola jego przekroju poprzecznego S

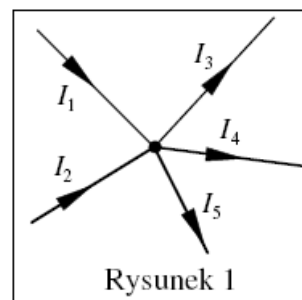
$$R = \rho \frac{L}{S}$$

Wielkość ρ nazywamy opornością właściwą i wyrażamy ją w jednostkach $\Omega \cdot m$. Zależy ona od rodzaju materiału, z jakiego wykonany jest opornik i temperatury.

I prawo Kirchhoffa dotyczy węzłów obwodu elektrycznego, tzn. punktów, w których zbiega się kilk przewodów. Stwierdza ono, że suma natężeń prądów wpływających do węzła jest równa sumie natężeń prądów z niego wypływających wynika z zasady zachowania ładunku elektrycznego: w węzłach sieci ładunek nie znika i nie gromadzi się w trakcie przepływu prądu.

Dla sytuacji przedstawionej na Rysunku 1 ma ono postać:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5.$$

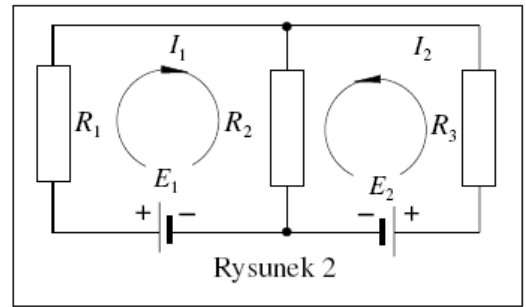


II prawo Kirchhoffa dotyczy obwodów zamkniętych, czyli tzw. „oczka”. Słownie treść tego prawa można wyrazić następująco: w dowolnym obwodzie zamkniętym (oczku) algebraiczna suma sił elektromotorycznych (tj. napięć generowanych np. przez znajdujące się w obwodzie baterie lub zasilacze) jest równa sumie spadków napięć na elementach obwodu. W przypadku obwodów złożonych, II prawo Kirchhoffa stosuje się dla każdego oczka tego obwodu.

Dla obwodu przedstawionego na Rysunku 2 mamy 3 oczka:

- a) siła $E_1 \rightarrow$ opór $R_1 \rightarrow$ opór $R_2 \rightarrow$ siła E_1 ,
- b) siła $E_1 \rightarrow$ opór $R_1 \rightarrow$ opór $R_3 \rightarrow$ siła $E_2 \rightarrow$ siła E_1 ,
- c) siła $E_2 \rightarrow$ opór $R_3 \rightarrow$ opór $R_2 \rightarrow$ siła E_2 .

Istnieje kilka technik „rozwiązywania oczek”, tj. formułowania równań na nieznanne prądy. Jedną z nich polega na ustaleniu kierunku przepływu prądów każdym z oczek, jak np. na Rysunku 2 i wypisaniu równań Kirchhoffa dla każdego z nich. I tak, odpowiednio dla oczek a), b) i c) otrzymujemy:

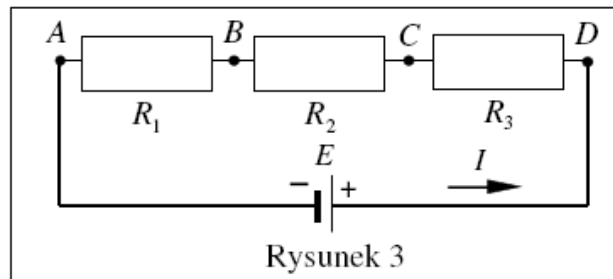


$$\begin{aligned} R_1 I_1 + R_2 (I_1 + I_2) &= E_1, \\ R_1 I_1 - R_3 I_2 &= E_1 - E_2, \\ R_3 I_2 + R_2 (I_1 + I_2) &= E_2. \end{aligned}$$

Przy ustalaniu znaków w wyrażeniach określających napięcie na elementach obwodu, stosujemy się do wybranego kierunku przepływu prądu – jeśli przejście przez element jest zgodne z wybranym kierunkiem przepływu prądu, stawiamy znak „+”, a jeśli przeciwnie, to znak „-”. Widzimy jednak, że drugie równanie otrzymujemy przez odejmowanie stronami równania trzeciego od pierwszego, a więc jest liniowo od nich zależne. Rozwiązując równania liniowo niezależne wyznaczmy nieznanne natężenia prądów.

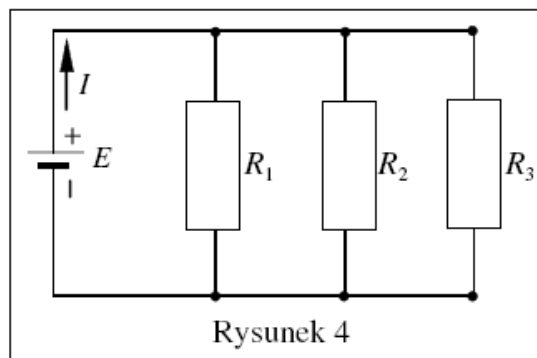
Z praw Kirchhoffa wynika, że całkowita oporność R przewodników połączonych szeregowo (przykład na Rysunku 3) jest równa sumie oporności R_i tych przewodników

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$



Z kolei całkowita oporność R przewodników połączonych równoległe (Rysunek 4), spełnia zależność:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$



II. CZĘŚĆ DOŚWIADCZALNA

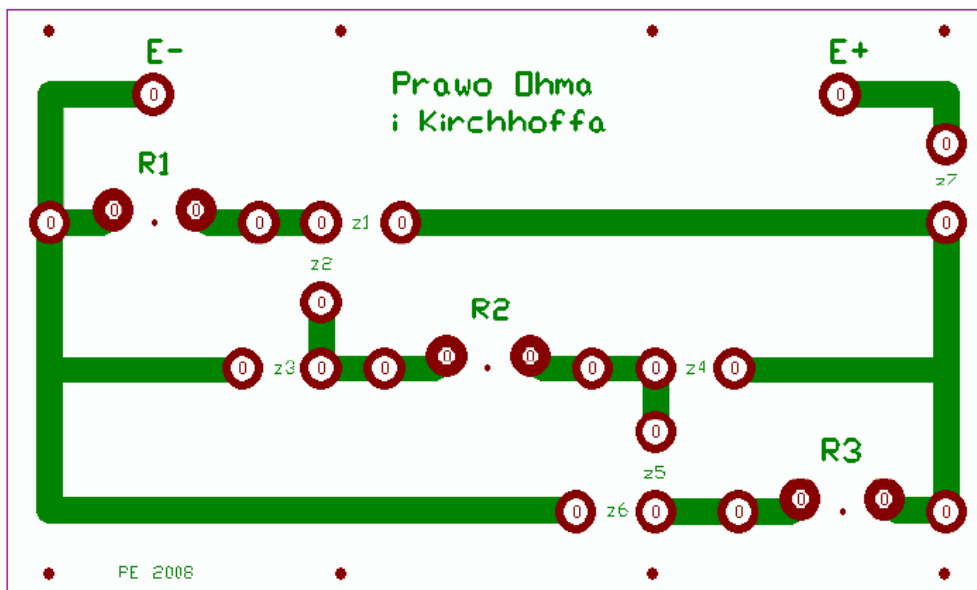
Masz do dyspozycji:

- dwa mierniki uniwersalne: Brymen 805 (DODATEK 1) oraz CHY 38;
- przewody z końcówkami;
- oraz dwa zestawy pomiarowe:
 - zestaw 1:
 - płytką drukowaną z otworami służącą do włączania elementów obwodu (Rysunek 5),
 - oporniki o opornościach w zakresie kilku k Ω ,
 - zasilacz stałego napięcia;
 - zestaw 2:
 - płytką drukowaną z baterią (Rysunek 6),
 - oporniki o opornościach w zakresie od kilkudziesięciu do 200 Ω .

Wykonanie pomiarów

Podczas wykonywania pomiarów pamiętaj o szczegółowej dokumentacji, tj. o notowaniu wszystkich informacji mogących mieć znaczenie podczas analizowania uzyskanych wyników. W szczególności notuj wszystkie zmierzone wartości oraz wybrany zakres pomiaru (także w przypadku wyboru automatycznego). Przy zapisywaniu wyników pomiarów, zachowaj dokładnie ukazany na wyświetlaczu format liczb (dla zmniejszenia prawdopodobieństwa wystąpienia błędu grubego). **Na zasilaczu nie przekraczaj napięcia 5 V.**

A. Pomiary z wykorzystaniem zestawu 1 (badanie praw Ohma i Kirchhoffa).



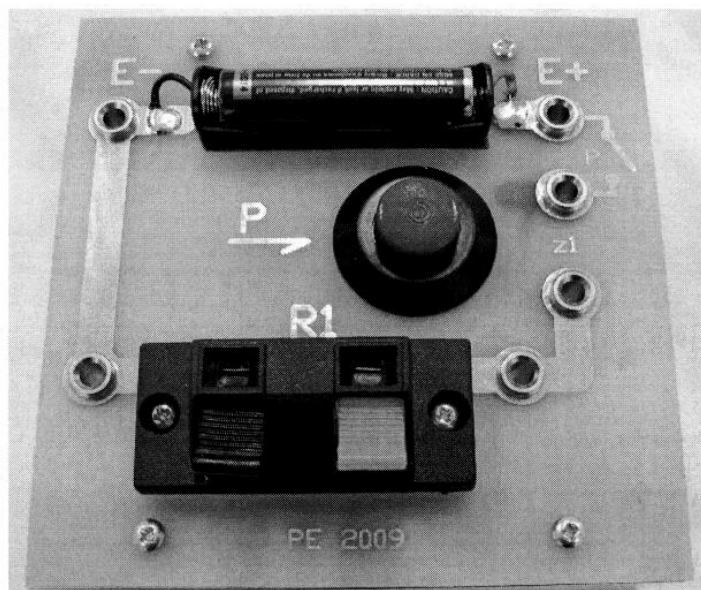
Rysunek 5. Płytką drukowaną do badania praw Ohma i Kirchhoffa

Obwód drukowany, służący do pomiarów, przedstawiony jest na Rysunku 5. Przerwy w obwodzie, zaznaczone jako R1, R2 oraz R3, to miejsca, gdzie można wpiąć oporniki, zaś przerwy z1 do z7 służą do wpinania specjalnych zworek pozwalających uzyskać połączenia szeregowo lub równoległe tych oporów lub do przyłączania mierników. Punkty E- oraz E+ to miejsce przyłączenia zasilania.

- 1) Używając miernika uniwersalnego jako omomierza (tę część pomiarów potraktuj jako wprawkę w używaniu miernika):
 - zmierz opór kilku przewodów o różnej długości i porównaj wynik z dokładnością stosowanego przyrządu;

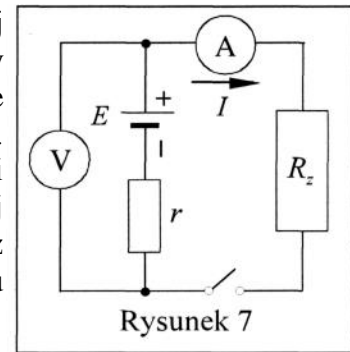
- spróbuj zmierzyć opór swojego ciała, mierzony od jednej dłoni do drugiej; zwróć uwagę na fakt, że wskazania miernika zależą od siły, z jaką ściskasz końcówki przewodników; sprawdź, czy wilgotność palców wpływa na wynik pomiaru;
 - zmierz kilkakrotnie opór każdego z oporników znajdujących się w zestawie 1.
- 2) Wybierz dowolny z oporników z zestawu (zanotuj koniecznie wartość jego oporu). Wykorzystując płytkę drukowaną przedstawioną na Rysunku 5, zbuduj układ pokazany obok. Wykorzystaj zasilacz jako źródło napięcia. Wykonaj pomiary napięcia U między dwoma końcami opornika oraz natężenia I prądu płynącego w obwodzie dla różnych napięć zasilania.
-
- Uwaga praktyczna:** do dobrej praktyki (wymaganej przez normy) należy przestrzeganie zasady: **czerny kabel podłączamy zawsze do „gorącego” zacisku na zasilaczu.**
- 3) Zbuduj obwód jak na Rysunku 3 (układ szeregowy). Zanotuj, które oporniki (o jakich opornościach) wykorzystasteś do jego konstrukcji. Wykorzystaj zasilacz jako źródło napięcia. Przed podłączeniem zasilacza, zmierz za pomocą omomierza całkowitą oporność oporników (pomiar między punktami A i D). **Uwaga praktyczna:** aby pomiar oporności opornika wmontowanego w układ nie był zafałszowany, musi on być wykonywany przy odłączonym zasilaczu. W przeciwnym razie będzie mierzona oporność wypadkowa tego opornika i podłączonej do niego równolegle całej reszty układu wraz z opornością wyjściową zasilacza.
- 4) Włącz zasilacz i zmierz napięcia V_{AB} , V_{BC} , V_{CD} na każdym z oporników oraz na wszystkich trzech opornikach łącznie (pomiar między punktami A i D).
- 5) Zbuduj obwód jak na Rysunku 4 (układ równoległy). Zanotuj, które oporniki (o jakich opornościach) wykorzystasteś do jego konstrukcji. Zastosuj zasilacz jako źródło napięcia. Przed podłączeniem zasilacza, zmierz za pomocą omomierza całkowitą oporność oporników.
- 6) Po podłączeniu zasilacza, zmierz natężenia prądu w kolejnych gałęziach obwodu, aby sprawdzić zgodność wyników z I prawem Kirchhoffa dla jednego z węzłów obwodu z równoległym połączeniem.

B. Pomiary z wykorzystaniem zestawu 2 (wyznaczanie oporu wewnętrznego baterii).



Rysunek 6. Układ do wyznaczania oporu wewnętrznego baterii

- 7) Korzystając z elementów zestawu pomiarowego 2 zbuduj układ jak na Rysunku 7 obok, w którym źródłem siły elektromotorycznej E jest bateria o nieznanym oporze wewnętrznym r , a opór R_z – to jeden z oporników z zestawu. Za pomocą mierników, zmierz napięcie na zaciskach baterii oraz natężenie prądu płynącego w obwodzie. Wykonaj pomiary dla wszystkich oporników zestawu. Czy obserwujesz zmiany mierzonego napięcia? Czy w tym doświadczeniu zmienia się siła elektromotoryczna baterii?



Uwaga: czerwony, okrągły przycisk służy do zamykania obwodu; wykorzystuj go tylko na czas odczytywania wskazań mierników – nigdy nie trzymaj baterii podłączonej do obwodu dłużej niż przez kilka sekund. Pozwoli to uniknąć zarówno rozładowania baterii jak i jej rozgrzania, co z kolei powoduje zmianę warunków, w których wykonywany jest pomiar.

III. ZADANIA DOMOWE

Zadanie 1

(obowiązkowe przed przystąpieniem do wykonania pomiarów)

Przypomnij sobie zasady dotyczące podłączania miernika przy pomiarze napięcia (woltomierz) i natężenia prądu (amperomierz) w obwodzie elektrycznym.

Zadanie 2

(obowiązkowe przed przystąpieniem do wykonania pomiarów)

Pokaż, że z praw Kirchhoffa wynika, iż jeśli do zacisków baterii o sile elektromotorycznej E i oporze wewnętrznym r podłączymy opór zewnętrzny R_z (Rysunek 7), to natężenie I prądu płynącego przez baterię i napięcie U na jej zaciskach spełniają zależność:

$$U = E - rI.$$

Zadanie 3

(obowiązkowe – do wykonania przed ćwiczeniami rachunkowym, czyli przed zajęciami odbywającymi się tydzień po części doświadczalnej ćwiczenia)

Wyznacz niepewności dla danych uzyskanych w pomiarach:

- w punkcie 1) – niepewności oporności oporników z zestawu 1;
- w punkcie 3) i 5) – niepewności całkowitej oporności oporników połączonych szeregowo (pkt 3) i równoległe (pkt. 5);
- w punkcie 4) – niepewności napięć V_{AB} , V_{BC} , V_{CD} i V_{AD} ;
- w punkcie 6) – niepewności natężenia prądu w kolejnych gałęziach obwodu.

Zadanie 4

(obowiązkowe – do wykonania przed ćwiczeniami rachunkowym, czyli przed zajęciami odbywającymi się tydzień po części doświadczalnej ćwiczenia)

Sporządź wykres zależności:

- napięcia od natężenia prądu dla danych uzyskanych w punkcie 2);
- napięcia na baterii od natężenia prądu dla danych uzyskanych w punkcie 7).

W obu przypadkach wyznacz, za pomocą linijki, prostą najlepiej Twym zdaniem pasującą do danych na wykresie. Odczytaj z wykresów przybliżone wartości parametrów równań tych prostych i na ich podstawie wyznacz oceny wartości oporności R (pkt 2) oraz siły elektromotorycznej E i oporu wewnętrznego r baterii (pkt 7).

IV. CEŚĆ RACHUNKOWA

UWAGA: Na stronie, z której pobrałaś/pobrałeś instrukcję znajduje się gotowy do załadowania arkusz kalkulacyjny do programu Calc pakietu Open Office przygotowany do wykonania obliczeń będących przedmiotem zadań domowych (patrz ramka na poprzedniej stronie). Arkusz ten lub równoważny będzie niezbędny podczas ćwiczeń rachunkowych i może być pomocny podczas przygotowania raportu końcowego.

TEST 3σ

Ważnym elementem niniejszego ćwiczenie jest sprawdzanie zgodności wyników doświadczeń z przewidywaniami teoretycznymi (prawami Ohma i Kirchhoffa) lub też sprawdzanie wzajemnej zgodności wyników różnych pomiarów, a więc, mówiąc ogólnie, testowanie hipotez. Najprostszym testem zgodności wyników jest tzw. **test 3σ** , spotykany w dwóch typach zagadnień:

- Hipoteza teoretyczna głosi, że wielkość mierzona ma wartość μ , a wynik pomiaru x tej wielkości jest wartością zmiennej losowej o wartości oczekiwanej μ i dyspersji σ , gdzie σ jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji. Test prowadzimy w ten sposób, że wyznaczamy wartość $|x - \mu|$ i sprawdzamy, jak uzyskana wartość ma się do wartości 3σ . Jeśli spełniony jest warunek: $|x - \mu| > 3\sigma$, to odrzucamy hipotezę o wartości μ wielkości mierzonej, jeśli zaś znajdujemy, $|x - \mu| \leq 3\sigma$, to konkludujemy, że hipoteza nie jest sprzeczna z danymi.
- Hipoteza teoretyczna głosi, że dwa pomiary uzyskane różnymi metodami (w różnych warunkach) są pomiarami tej samej wielkości. Niech wynik x uzyskany jedną metodą będzie wartością zmiennej losowej o dyspersji σ_x , zaś wynik y uzyskany drugą metodą będzie wartością zmiennej losowej o dyspersji σ_y . Test prowadzimy w ten sposób, że wyznaczamy wartość $|x - y|$ i sprawdzamy, jak wartość ta ma się do wartości 3σ ; gdzie $\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$. Jeśli spełniony jest warunek: $|x - y| > 3\sigma$, to odrzucamy hipotezę, że oba pomiary dotyczyły tej samej wielkości (odrzucamy hipotezę o równości wartości oczekiwanych zmiennych x i y). Jeśli zaś znajdujemy, że $|x - y| \leq 3\sigma$, to konkludujemy, że hipoteza nie jest sprzeczna z danymi.

Należy z całą mocą podkreślić, że w przypadku, gdy test 3σ odrzuca hipotezy, nie oznacza to, że udowodniliśmy jej słuszność, a jedynie godzimy się z nią, gdyż nie jest sprzeczna z danymi.

Jeśli pomiary opisywane się rozkładem Gaussa, to testowi można nadać interpretację probabilistyczną: dopuszczamy odrzucenie prawdziwej hipotezy nie częściej niż 3 razy na 1000 decyzji. Zastąpienie testu 3σ analogicznym testem 2σ oznacza odrzucanie prawdziwej hipotezy nie częściej niż 1 raz na 20 decyzji.

UWAGA: W praktyce na ogół nie znamy wartości dyspersji σ , a jedynie jej oszacowanie u , czyli niepewność standardową całkowitą wyniku pomiaru.

METODA NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW

Załóżmy, że wielkości fizyczne x i y wiąże zależność $y = f(x; a_1, a_2, \dots, a_k)$, gdzie a_j są nieznanymi nam parametrami. Dla $N > k$ różnych wartości x_i mierzymy odpowiadające im wartości y_i ($i = 1, 2, \dots, N$). Metoda najmniejszych kwadratów pozwala na wyznaczenie wartości parametrów a_j oraz ich niepewności na podstawie tych pomiarów.

W najprostszym przypadku metoda ta zakłada, że dla dokładnie ustalonej wartości zmiennej niezależnej x_i , wykonywany jest pomiar zmiennej zależnej, w którego wyniku otrzymujemy wartość y_i z niepewnością u_i . W praktyce najczęściej spotykamy problemy,

w których obie zmienne są wyznaczone z niepewnościami. Jeśli chcemy uzyskać wyniki analityczne w formie zamkniętej, to nadal stosujemy najprostszą formę metody najmniejszych kwadratów, a za zmienną niezależną (x) przyjmujemy wielkość znaną dokładniej.

W szczególności, gdy wielkości fizyczne x i y związane są relacją liniową $y = ax + b$, metoda najmniejszych kwadratów prowadzi do następujących ocen wartości parametrów a i b :

- przypadek 1 – niepewności u_i dla każdego pomiaru y_i mają tę samą wartość;

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad \bar{b} = \bar{y} - \bar{a}\bar{x},$$

$$s_a^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad s_b^2 = \frac{\overline{x^2} s^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad s^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{a}x_i - \bar{b})^2, \quad \overline{x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2.$$

Zdefiniowana powyżej wielkość s jest odchyleniem standardowym eksperymentalnym pojedynczego pomiaru wielkości y (oceniana na podstawie średniego rozrzutu punktów wokół założonej zależności funkcyjnej, zawierającej dwa swobodne parametry (a i b) i stąd czynnik $N - 2$ w mianowniku).

W sytuacji, gdy prosta przechodzi przez początek układu współrzędnych, czyli gdy $y = ax$ ($b = 0$), powyższe wzory przyjmują postać:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad s_a^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{a}x_i)^2.$$

- przypadek 2 – niepewności u_i dla każdego pomiaru y_i mają różne wartości;

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x}_w)(y_i - \bar{y}_w)}{u_i^2}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \bar{x}_w}{u_i}\right)^2}, \quad \bar{b} = \bar{y}_w - \bar{a}\bar{x}_w,$$

$$s_a^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \bar{x}_w}{u_i}\right)^2}, \quad s_b^2 = \frac{\overline{x_w^2}}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \bar{x}_w}{u_i}\right)^2},$$

$$\bar{x}_w = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{u_i^2}, \quad \bar{y}_w = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{u_i^2}, \quad S = \sum_{i=1}^N \frac{1}{u_i^2}, \quad \overline{x_w^2} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{u_i^2}$$

W sytuacji, gdy prosta przechodzi przez początek układu współrzędnych, czyli gdy $y = ax$ ($b = 0$), powyższe wzory przyjmują postać:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_i y_i}{u_i^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{u_i^2}}, \quad s_{\bar{a}}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{u_i^2}}.$$

Zadanie 1

Dla danych uzyskanych w punkcie 4), określ wartość i niepewność sumy $V = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}$. Czy wartości V i V_{AD} są zgodne? Skorzystaj z „testu 3σ ”.

Zadanie 2

Przyjrzyj się dokładnie wykresowi danych uzyskanych w punkcie 2). Czy punkty pomiarowe układają się na prostej? Jeśli widzisz odstępstwa, to która część wykresu odpowiada bezpośrednio pomiarowi oporu? Porównaj wartość współczynnika kierunkowego prostej „dopasowanej” do danych z bezpośrednio zmierzoną wartością oporności. Czy różnica tych wartości mieści się w zakresie wyznaczonym niepewnością pomiaru oporu?

Zadanie 3

Dla danych uzyskanych w pomiarach w punktach 3) i 5), porównaj zmierzoną wartość oporności oporów połączonych szeregowo (pkt 3) lub równolegle (pkt 5) z opornością którą możesz obliczyć wykorzystując wcześniej zmierzone oporności pojedynczych oporników. Skorzystaj z „testu 3σ ”.

Zadanie 4 (obowiązkowe do opisu, na ćwiczeniach jeśli pozostanie czas)

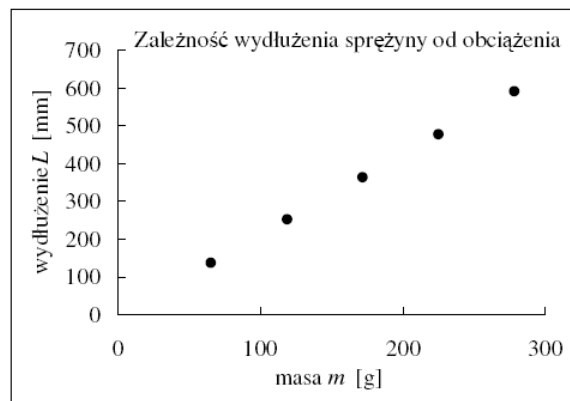
Dla danych uzyskanych w pomiarach w punkcie 6), sprawdź zgodność wyników z I prawem Kirchhoffa. Skorzystaj z „testu 3σ ”.

Zadanie 5

W tabeli i na wykresie poniżej przedstawione są wyniki pomiarów wydłużenia sprężyny pod wpływem zawieszanych na niej ciężarków.

Masy ciężarków znane są bardzo dokładnie, a wydłużenie mierzone było taśmą stalową z podziałką milimetrową. Prawo Hooke’a przewiduje, że wydłużenie sprężyny jest proporcjonalne do działającej siły, a więc w naszym przypadku do masy zawieszonych ciężarków.

pomiar	masa m_i [g]	wydłużenie L_i [mm]
1	65,21	138
2	118,47	253
3	171,59	365
4	224,75	479
5	278,07	592



Uwaga: Informacja o dokładności pomiaru L (taśma z podziałką milimetrową) tej samej dla wszystkich punktów, wyznacza ocenę wkładu dokładności przyrządu do niepewności pomiaru.

W poniższej analizie ocenimy wielkość błędu przypadkowego na podstawie rozrzutu s punktów wokół dopasowywanej zależności funkcyjnej. Uzyskany wynik należy porównać z wkładem od dokładności przyrządu.

- a) Sprawdź, przy pomocy linijki, czy dane układają się na linii prostej.
- b) Ponieważ nie wiemy, czy podane wydłużenia mierzone od długości swobodnej sprężyny, dopasuj do danych pełną zależność liniową $L = am + b$ (odwołując się do prawa Hooke’a, zinterpretuj współczynnik określający nachylenie), zakładając, że wszystkie pomiary wydłużenia L wykonano z tą samą niepewnością. Wyznacz niepewności ocen a i b . Skorzystaj ze wzorów przedstawionych na str. 7 i 8 niniejszej instrukcji.
Aby zagwarantować przejrzystość obliczeń i łatwe sprawdzanie ich poprawności, skorzystaj z Tabeli 1.

Tabela 1

m_i [g]	L_i [mm]	$\delta m_i = m_i - \bar{m}$	$\delta L_i = L_i - \bar{L}$	$\delta m_i \delta L_i$	$(\delta m_i)^2$	m_i^2	$(L_i - \bar{a}m_i - \bar{b})^2$
65,21	138						
118,47	253	-53,148	-112,4	5973,838	2824,7099	14035,14	
171,59	365	-0,028	-0,4	0,011	0,0008	29443,13	
224,75	479	53,132	113,6	6035,795	2823,0094	50512,56	
278,07	592	106,452	226,6	24122,023	11332,0283	77322,92	
858,09	1827	← suma	suma →				
171,618	365,400	← średnia	-		$\overline{m^2} =$		na stopień swobody
$\bar{a} \pm s_a =$			$\bar{b} \pm s_b =$			$s =$	

Na podstawie wyników obliczeń rozstrzygnij, stosując test 3σ , czy wydłużenie mierzone od długości swobodnej sprężyny.

- c) Jeśli uznałaś/uznałeś, że wyraz wolny dopasowanej zależności liniowej jest zgodny z zerem, to przeprowadź dopasowanie zależności proporcjonalnej $L = Am$.
Podczas wykonywania obliczeń skorzystaj z Tabeli 2.

Tabela2

m_i [g]	L_i [mm]	$m_i L_i$	m_i^2	$(L_i - \bar{A}m_i)^2$
65,21	138			
118,47	253	29972,91	14035,14	
171,59	365	62630,35	29443,13	
224,75	479	107655,25	50512,56	
278,07	592	164617,44	77322,92	
suma →				
$\bar{A} \pm s_{\bar{A}} =$		$s =$		na stopień swobody

Zadanie 6

Stosując metodę najmniejszych kwadratów dla danych pomiarowych uzyskanych w punkcie 7), wyznacz oceny wartości siły elektromotorycznej E i oporu wewnętrznego r baterii. W pierwszej kolejności ustal, którą z wielkości: U czy też I można uznać za zmienną niezależną („mierzoną dokładniej”). Skorzystaj z oszacowania wartości a_0 współczynnika a na podstawie wykresu $U(I)$ (Zadanie 4 domowe). Porównaj przeniesioną wartość $a_0 u_I$ niepewności u_I z wartością u_U . Jeśli $a_0 u_I \ll u_U$, to za zmienną niezależną możemy przyjąć I . Podczas wykonywania obliczeń skorzystaj z Tabeli 3.

Tabela 3

wielkość	pomiar					suma	suma/S		
	1	2	3	4	5				
x_i [A] ($x = I$)						–	–	–	
y_i [V] ($y = U$)						–	–	–	
u_i [V]						–	–	–	
$1/u_i^2$							= S	–	
x_i/u_i^2								= \bar{x}_w	
y_i/u_i^2								= \bar{y}_w	
$(x_i - \bar{x}_w)/u_i$						–	–	–	
$(y_i - \bar{y}_w)/u_i$						–	–	–	
$(x_i - \bar{x}_w)(y_i - \bar{y}_w)/u_i^2$							–	–	
$(x_i - \bar{x}_w)^2/u_i^2$							–	–	
x_i^2/u_i^2								= $\overline{x_w^2}$	
wyniki	$\bar{a} \pm s_a =$					$\bar{b} \pm s_b =$			

V. RAPORT KOŃCOWY

Raport końcowy należy oddać asystentowi na następnych zajęciach, tydzień po zakończeniu ćwiczeń rachunkowych dotyczących doświadczenia PRAWO OHMA I KIRCHHOFFA. Wykorzystaj własne dane.

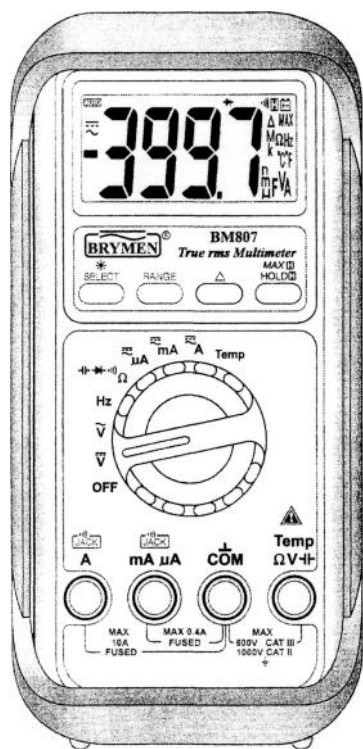
Stosując się do ogólnych zasad sporządzania raportów, przedstaw wyniki pomiarów wymienionych w punktach 1)-7). Odpowiedz na zadane tam pytania i przedstaw rozwiązanie problemów ujętych w zadaniach domowych oraz wykonywanych na ćwiczeniach rachunkowych, wraz ze stosownymi rysunkami i wyznaczonymi metodą najmniejszych kwadratów równaniami linii prostych (pkt 2 i 7). W szczególności, przedyskutuj zgodność uzyskanych przez Ciebie wyników z prawami Ohma i Kirchhoffa.

DODATEK 1

Miernik typu BRYMEN 805

W ćwiczeniu wykorzystywany jest miernik typu Brymen 805. Zapoznaj się z jego obsługą (instrukcji udzieli Ci asystent) nim przystąpisz do wykonania pomiarów. Pamiętaj, że miernik Brymen 805 ma, przy pomiarze oporności, napięcia i natężenia prądu, dwa tryby pracy: automatyczny i ręczny wybór zakresu pomiarowego. Jeśli zdecydujesz się na ręczny wybór zakresu, to wybór mierzonej wielkości i zakresu pomiaru powinien nastąpić przed podłączeniem miernika. Podłączenie do obwodu miernika z nieodpowiednio wybranym zakresem może spowodować jego uszkodzenie. Podobne skutki może mieć zmienianie zakresu w trakcie pomiaru – zwróć uwagę, że w tym typie miernika przekręcenie pokrętki do pozycji „wyłączony” wymaga przejścia pokrętką przez kilka różnych zakresów pomiarowych i w trakcie tej operacji miernik może ulec uszkodzeniu, jeżeli jest podłączony do obwodu. **Zalecamy stosowanie automatycznego trybu wyboru zakresu.**

Miernik Brymen 805 charakteryzują następujące parametry dotyczące pomiarów oporności, napięcia stałego i natężenia prądu stałego (w temperaturze $23^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$, wilgotności względnej poniżej 75% i miejscu użycia poniżej 2000 m nad poziomem morza:



Natężenie prądu stałego (DC) zakres	Dokładność: $w + nc$	Oporność wejściowa
400,0 μA	2,0% + 5c	150 Ω
4000 μA	1,2% + 3c	150 Ω
40,00 mA	2,0% + 5c	3,3 Ω
400,0 mA	1,2% + 3c	3,3 Ω
4,000 A	2,0% + 5c	0,03 Ω
10,00 A	1,2% + 3c	0,03 Ω
Napięcie stałe (DC) zakres	Dokładność: $w + nc$	Oporność wejściowa
400,0 mV	0,3% + 4c	1 G Ω
4,000 V; 40,00 V; 400,0 V	0,5% + 3c	10 M Ω
1000V	1,0% + 4c	10 M Ω
Oporność zakres	Dokładność: $w + nc$	
400,0 Ω	0,8% + 6c	
4,000 k Ω ; 40,00 k Ω ; 400,0 k Ω	0,6% + 4c	
4,000 M Ω	1,0% + 4c	
40,00 M Ω	2,0% + 4c	

Wielkość Δ – **dopuszczalny błąd graniczny wskazania** miernika na danym zakresie pomiarowym wyznacza się na podstawie wzoru:

$$\Delta = \frac{w}{100} x + nc,$$

gdzie poszczególne wyrazy oznaczają:

- w – dokładność wskazanej wartości x wyrażająca w **procentach** ułamek wartości zmierzonej na wybranym zakresie pomiarowym

Przykład.

Jeśli producent podaje dokładność $w = 0,5\%$ na wybranym zakresie pomiarowym, to dla

wskazania **30,00 V** wyniesie ona $30,00 \text{ V} \cdot 0,005 = \mathbf{0,15 \text{ V}}$.

- nc – dokładność cyfrowa określana jako liczba n najmniej znaczących jednostek c odczytu – zależy ona od wybranego zakresu pomiarowego i jakości przetwornika A/C, a **nie zależy** od wartości uzyskanej w pomiarze.

Przykład.

Jeśli producent podaje, że na zakresie pomiarowym **40,00 V DC** dokładność wynosi **3c**, to znaczy, że wartość dokładna może się różnić maksymalnie dodatkowo o $\pm \mathbf{0,03 \text{ V}}$ od odczytanej wartości. Sumując obie wartości otrzymamy dopuszczalny błąd graniczny Δ pomiaru przy wskazaniu **30 V** równy: $\Delta = 0,15\text{V} + 0,03\text{V} = \mathbf{0,18 \text{ V}}$ (co stanowi 0,6%) dla zakresu **40,00 V DC**.

Wykonując analogiczne obliczenia dla tej samej wartości mierzonej, ale na niewłaściwie dobranym zakresie **400,0 VDC**, przy tych samych parametrach dokładności, otrzymamy dopuszczalny błąd graniczny: $\Delta = 0,15\text{V} + \mathbf{0,3\text{V}} = \mathbf{0,45 \text{ V}}$, co stanowi 1,5% wartości.