

Wykład 4 – odpowiedzi do zadań

Zadanie 1.

W treści zadania podano sumę wartości zmierzonych okresów:

$$\sum_{i=1}^n T_i = 694,40 \text{ s},$$

liczbę pomiarów $n = 245$, sumę kwadratów odchyleń mierzonych okresów od ich średniej wartości:

$$\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2 = 1,1824 \text{ s}^2$$

oraz dokładność odczytu stopera $\Delta = 0,01 \text{ s}$. Na podstawie tych danych należy wyznaczyć ocenę wartości czasu trwania jednego okresu wahadła oraz podać niepewność tej oceny.

Wykonano serię $n = 245$ niezależnych pomiarów. Najlepszą oceną czasu trwania jednego okresu jest więc średnia arytmetyczna wszystkich wyników serii:

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = 2,834286 \text{ s}$$

Niepewność tego wyniku wyznaczymy na podstawie znajomości oceny wariancji rozkładu wyników serii:

$$s_{\bar{T}}^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2 = 1,9779 \cdot 10^{-5} \text{ s}^2$$

oraz znajomości dokładności odczytu Δ . Niepewność standardowa wynosi:

$$u^2(\bar{T}) = s_{\bar{T}}^2 + \frac{1}{3}\Delta^2 = 5,31125 \cdot 10^{-5} \text{ s}^2 = (7,28783 \cdot 10^{-3} \text{ s})^2.$$

Zaokrąglamy niepewność do dwóch cyfr znaczących: $u(\bar{T}) = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, a następnie zaokrąglamy wynik, tak żeby jego ostatnia cyfra znacząca była na tym samym miejscu, co ostatnia cyfra znacząca niepewności: $\bar{T} = 2,8343 \text{ s}$.

Wynik końcowy: $T = (2,8343 \pm 0,0073) \text{ s}$, podano niepewność standardową.

Zadanie 2.

Podane wartości współczynników załamania studenci wyznaczyli na podstawie pomiarów i obliczeń. Nie znamy wyników bezpośrednich pomiarów. Studenci nie podali też swoich ocen niepewności uzyskanych wyników. Ponieważ jednak wiemy, że ich pomiary i obliczenia dotyczyły tej samej płytki, a różnice podanych wartości dotyczą więcej niż dwóch ostatnich miejsc dziesiętnych, to możemy potraktować dane, jako wyniki pomiarów, w których dominuje błąd przypadkowy i do wyznaczenia niepewności posłużyć się jedynie wariancją próby: s_n^2 .

Wynik pomiaru jest średnią z wyników studentów:

$$\bar{n} = \frac{1}{5}(1,4629 + 1,4392 + 1,4761 + 1,5011 + 1,4992) = 1,469825,$$

a niepewność:

$$s_{\bar{n}}^2 = \frac{1}{5 \cdot 4} \sum_{i=1}^5 (n_i - \bar{n})^2 = 1,33557 \cdot 10^{-4} = (1,15567 \cdot 10^{-2})^2.$$

Po odpowiednim zaokrągleniu liczb otrzymujemy wynik końcowy:

$$n = 1,4670 \pm 0,012$$

Pozostaje decyzja, z jakiego rodzaju szkła wykonana była płytka. Stosujemy najprostszy test “ 3σ ” i sprawdzamy, który z podanych “tabliowych” współczynników załamania mieści się w przedziale $[\bar{n} - 3s_{\bar{n}}; \bar{n} + 3s_{\bar{n}}] = [1,431; 1,503]$. W tym przedziale mieści się jedynie współczynnik załamania szkła kwarcowego $n = 1,4584$. Stłuczona płytka wykonana była ze szkła kwarcowego.

Zadanie 3.

Podobnie jak w Zadaniu 2 dane trzeciego studenta uznajemy za wyniki pomiarów, w których dominuje błąd przypadkowy. Obliczenia wykonujemy jak poprzednio i po odpowiednich zaokrągleniach otrzymujemy:

$$\rho_C = (7,14 \pm 0,20)\text{g/cm}^3.$$

Pozostaje “identyfikacja” metali za pomocą testu “ 3σ ”. Otrzymujemy, że ρ_A jest zgodne z gęstością chromu, ρ_B z gęstością żelaza i ρ_C z gęstością chromu.